PRINT ISSN 2434-5474 ONLINE ISSN 2434-5946

# 第29回

# 交通流と自己駆動粒子系

# シンポジウム

論文集

Papers of the 29th Symposium on Traffic Flow and Self-driven Particles

— 2023 —

本シンポジウムの開催には、 室蘭工業大学大学院 工学研究科・しくみ解明系領域 名古屋大学情報学部大学院情報学研究科 から支援を受けています。

日時 : 2023 年 12 月 1 日 (金) 13 : 00 - 17 : 05

2日(土) 10:00-16:25

場所 : オンライン開催 (Zoom Meeting)

主催 : 交通流数理研究会

http://traffic.phys.cs.is.nagoya-u.ac.jp/~mstf/

# 招待講演論文

混合交通のボトムアップ改善の先を目指して

--Seminar on Heterosocial Systems 開催のモチベーション-- ......1 長濱章仁

一般講演論文

神戸市中心部における徒歩帰宅シミュレーション	9
棋本大悟, 菊池麻衣子, 照井彩子, 安倍孝太郎,	
土居菜々子,小林実季,伊藤伸泰,野田五十樹	
連続 OV モデルにおける安定・不安定平衡点周りの quasi-potential の	
数值解析	.13
石渡龍輔,野村保之,杉山雄規	
直鎖状の走化性エージェントモデルの運動性と安定性	.17
大澤智興	
父差点を含む8の子栓路におけるニューフルネットワーク走行ロホットの	01
	.21
山形周,古泽昂弥,宫原捷伍,佐々木良介,	
世良田竜平, 本田泰	
アクティブ VV モデルにおけるトポロジカル欠陥の効果	25
サレート コリン	.20
<u>十</u> 上敞,/汤川副	
高速道路実測データの機械学習による分析	29
日本准一	. 20

数値くりこみによる時間遅れを含む2階微分方程式解の安定性解析 本田泰	.33
アリ分業の反応閾値モデルに導入するべき反応閾値の個体差と 時間変化について	.37
細胞間接触が誘発する単距離秩序のゆらぐ細胞集団運動 松下勝義, 新垣大幸, 藤本仰一	.41
Bak-Sneppen 的板モデルによる株式市場の不安定性の分析 南雲将太,島田尚	.45
Newtonian Event-Chain モンテカルロ法を用いた剛体三角粒子系の 相転移 白井知樹, 麦田大悟, 礒部雅晴	.49

# 混合交通のボトムアップ改善の先を目指して —Seminar on Heterosocial Systems 開催のモチベーション—

# 長濱 章仁1

### 1 電気通信大学大学院情報理工学研究科

### 概要

世界の新興各国では、バイクやオート三輪などが入り混じり車線が守られない二次元混合交通が 観測され、その渋滞問題は人々の QoL 低下を招いている。筆者は混合交通流を各車両の挙動改善 に依ってボトムアップ式に改善することを目指している。本稿では、それらの3要素である、A) 車列内部の構造「群れ」の検知と再現、B)渋滞に頑健な安定性の高い「車列」の探索、C)望ま しい群れに「人」を導くための行動改変手法 に関する研究を紹介する。また混合交通研究と社会 改善との関わりについても指摘し、そのための分野融合の場として筆者が開催している Seminar on Heterosocial Systems についても紹介する。

Aiming beyond bottom-up improvements of mixed traffic —Motivation for hosting the Seminar on Heterosocial Systems—

# Akihito Nagahama<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Graduate School of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications

### Abstract

In developing countries around the world, two-dimensional mixed traffic, in which motorcycles, three-wheelers, etc, are mixed together and lanes are not followed, has been observed, and its congestion problem has caused a decline in people's QoL. The author aims to improve the mixed traffic flow in a bottom-up manner by improving the behavior of each vehicle. This paper introduces research on three elements: A) detection and reproduction of the "group" structure inside the platoon, B) search for a more stable "platoon" that is robust to traffic congestion, and C) behavior modification methods to lead "drivers" to the desired groups. The relationship between mixed traffic research and social improvement is also pointed out, and the Seminar on Heterosocial Systems, which the author is organizing to integrate the fields for this purpose, is introduced.

# 1 はじめに

交通渋滞は、人類の Quality of Life を低下させる 重大な問題である。特に、世界の新興各国ではバイ クやオート三輪などの車種が入り混じり、車線が守 られず、各車が道路横方向にもある程度自由に走行 する「二次元混合交通」が見られる。 先進国では既に、Intelligent transporation system (ITS) 技術を用いた信号制御やレーン制御といった、 トップダウン式の交通改善が運用されている。しか し新興各国では、政府組織の無関心やリソース不足 といった要素により、それらの交通改善手法の実装 が難しいということが報告されている [1]。また、渋 滞吸収運転 [2] の様なボトムアップ式交通改善も、似 た性質の車両がおおよそ車線内を走行しつつ協力行 れる「追従関係」が前走-後続車の間に一対一で結ば 動することを想定としている。しかし新興各国の道 路では、歩行者・動物がけん引する車両・逆走車と いった、遵法意識が低くリスクテイキングで多彩な 交通参加者が行き交う。

これまでの研究で、前走-後続車の車種組合せに よって運転の特徴が変化することが明らかになって おり [3]、モデル化がなされている [4]。さらに、車線 の守られる混合交通に限れば、前走-後続の車種が連 なってできる「車列順」(車列の内部構造の1つ)が、 交通の効率(密度に対する流量)や渋滞発生リスク である安定性に影響することが示されている [5, 6]。

これらの研究より筆者は、車列順といった車列の 内部構造を変化させることで、渋滞発生リスクや交 通効率を改善する「混合交通ならではのボトムアッ プ式交通流改善」を発想し、その提案に取り組んで いる。具体的には、(A) 車列における内部構造「群 れ」の検知、およびシミュレーション上での再現、 (B) 渋滞に頑健な「車列」の探索手法の開発、(C) 人機-環境系における「人間」行動の理解、の3つに 関する研究を進めている。

本稿ではまずそれらの研究を紹介する。また研究 の過程で混合交通研究が、様々な種類のエージェン トが織り成す社会システムの新たな発展方法に示唆 を与える可能性を見出した。その実現に向けた取り 組みである、Seminar on Heterosocial Systems の概 要も紹介する。

### 混合交通に潜む内部構造(群れ) $\mathbf{2}$ の検知と再現

# 2.1 群れの検知と新たな視座

1節で述べた通り、交通流に影響しうる内部構造 が存在することは明らかになっている。つまり、混 合交通流の正確な評価やダイナミクス理解、そして 改善には内部構造の検知と模擬が必要である。例え ば二次元混合交通で頻繁に観測される具体的な内部 構造としてバイクの分離がよく指摘される [7]。しか しこの例を含めて、内部構造を定量的に検出した研 究は存在しない。そこでまず筆者らは、頻繁に観測 される具体的な内部構造を定量的に明らかにする事 を目指した。なおここで検出する内部構造は「長時 間頻繁に近くを走行し加減速を伝えあう車両群」と 定め、「群れ」と呼ぶこととする。

車線の守られる交通では、加減速が影響する/さ

れると見なされることが多い。一方、二次元混合交 通では、後続車の進行方向に複数車両が存在しうる ため、一対多の車両間で追従関係をもつ可能性が高 まる。そのため交通はノードが各車種、エッジが追 従関係である図1に示すネットワークとみなすこと ができる。ノードのm・r・c・hはそれぞれ、バイ ク・三輪車・乗用車・大型車を示す。

交通をネットワークとみなすことで、既存手法[8] を用い「頻出サブネットワーク」を検知可能になっ た。これに報告者の考案した、サブネットの存在時 間/車両数の偏りを鑑みる統計的手法を合わせるこ とで、ある車両群が長時間特定のネットワーク構造 で群れを作りやすいと統計的に結論づけることが可 能になった。



図 1: 車列をネットワークと見なすイメージ図

インドはムンバイの実交通から検出された「群れ」 の例を図2に示す。図中 (a-c) は単独車種による群 れの例、(d) は複数車種による群れの例である。形 成されている群れが具体的に明らかになった他、車 種毎の群れ形状の傾向や、複数車種が混じる群れも 確認できた。また本結果より、内部構造の形成要因 が従前提案されてきた「粉体の偏析」に類似するも のだけではないこと、群れを保持しているダイナミ クスも車種毎に異なる可能性が示唆された [9, 10]。



図 2: 検出された群れの例

群れが発見されたことにより、混合交通は図3の ように、群れとそれ以外のおおよそランダムな部分 (集まり)が入り混じるものだと見なすことが可能 になった。



図 3: 車列を「群れ」とそれ以外の「集まり」にわ ける視座のイメージ

#### 2.2群れを含む車列の再現に向けて

2.1 節の視座に基づくと、混合交通のミクロシミュ レーション上での再現には、シミュレーション領域 端で群れと集まりに属する車両を発生させるモデル が必要となる。そこで発生させる車種を予測すると ともに、その予測の確信度を同時に出力するモデル、 特に「分類器」の構築が必要である。予測確信度の 低い車両は、ランダムな集まりに属する車両だと見 なすことが可能である。

筆者らは、ガウス過程回帰 (GP) モデルおよび Evidential deep learning (EDL) モデルを用いた車 両発生器を試作した。ガウス過程回帰は予測確から しさとして信頼区間を出力できる。一方 EDL は主観 論理のフレームワークを用いることで、各車種の確 率とともに「車種不明」の度合いを示す Uncertainty を出力できる。

GP/EDLの予測確からしさである信頼区間と Uncertaintyの相関を調べることで、試作した GP/EDL では異なる部分を群れと認識していることがわかり、 現在改善を進めている。

#### 車列改善アルゴリズムの提案 3

様々な速度や密度を通して、車列の渋滞発生リスク を評価する指標は提案されておらず、リスクの低い 車列を探索するアルゴリズムも提案されていなかっ た。筆者らは車線に基づく範囲で混合交通を評価す る指標を確立し、探索するアルゴリズムを提案した。

まず渋滞への頑健性指標として、車列の密度-速度 図における安定自由流領域の面積 (VF-VS) を提案 した。また VF-VS を用いつつ組み換え車列を探索 する VOO-G-NSGA-II を提案した。本手法には進 化的計算を用いている。車列の最適化を狙うのでは なく「現在の車列からある組み換え回数内でより渋 れる、社会システム改善の第一歩となり得る。

滞しにくい車列へ変更する」ことを目指したもので ある。

例として、一列に並んだ乗用車5台トラック3台 からなる車列を3回の組み換えで至ることができる、 より渋滞に頑健な車列を探索した [11]。その結果、よ り頑健な車列の探索に成功し、全ての車列からそれ らに至ることができることを確認した。VF-VSを何 らかの手法で二次元混合交通でも描くことができれ ば、二次元混合交通での車列探索が可能となる。

#### 人間行動の改変 4

交通流改善のためには、例えば後続車に道を譲ら せるといった、通常取らない行動を促す必要がある。 このような行動改変を促すため「無意識に行動を変 えさせる仕掛け」や、「『納得感・信頼感』をもって 行動変容を『長期的に』促す情報提示・運転支援」 に活用できる各種手法の有効性や人間の認知特性を 測定している。なお、本テーマは基礎的研究として、 運転に限らず様々な状況を再現して被験者実験を実 施している。実験装置として、VR を含むドライビ ングシミュレータや歩行者実験、e-learning や災害 発生時の行動を模擬体験するデスクトップアプリを 活用している。ドライバーの無意識・意識に働きか ける各種手法の有効性に関する示唆を得ている。

#### 混合交通研究と社会改善 5

本ボトムアップ式改善手法が提案されたあかつき には例えば、時間に余裕のある乗用車ドライバーが、 自然に少し走行位置を左右にずらすことで、後続バ イクに追い抜かれ、望ましい群れが創発されるよう な交通が実現できる可能性がある。

また今後、先進国でも電気バイク/ITS 搭載車と いった、多彩な加減速特性/認知レベルをもつ車両が 混在していくだろう。本手法は、このような道路交 通の将来的動向と親和性が高い。

さらに本手法の探求は、ルールやモラル(規律) が低く多様な特性の人々が混ざり合う社会が、効率 的に営まれる状況とダイナミクスを探る、研究例で ある。Boehmは、人類が進化の過程で、規律を高め つつ社会を改善することと、規律を守らない個体へ の制裁感情を、表裏一体としたことを指摘している [12]。もし本手法の探求を通して「規律が少ない効 率的な社会」の実現方法を見出すことができれば、 高まる規律と他者への制裁感情の両方から解き放た

# 6 Seminar on Heterosocial Systemsの開催

多様な特性の人々が緩やかな規律の下、社会を効 率的に営む状況とダイナミクスを研究/活用する体 系的な学術分野の確立には、工学/複雑系科学/生物 学/社会学といった分野の融合が必要である。そのよ うな分野融合の場を得るため、筆者は 2023 年 9 月 より節題のセミナーを開催している。年に数度の頻 度で、様々なエージェントが混じりあう系を取り扱 う研究者を招待し、約一時間のご講演と議論を賜る 予定である。第一回は Jia Xiaolu 氏に講演を賜り、 様々な特性をもつ歩行者を混ぜた際、歩行者の特性 毎に認知する混雑感が異なる可能性をご議論いただ いた [13]。

# 7 おわりに

本稿では、混合交通のボトムアップ改善をめざし た、群れ・車列・人に関わる研究を紹介した。また 混合交通研究と社会改善との関わりについても指摘 し、そのための分野融合の場として筆者が開催して いる Seminar on Heterosocial Systems についても 紹介した。

# 謝辞

筆者の取り組みについて紹介する場をご提供下さいました、杉山雄規先生をはじめとする交通流数理研究会の皆様に感謝申し上げます。本稿で紹介した研究の一部は JSPS 科研費 18H05923・19K15246・23K13512 の助成を受けて実施しました。

# 参考文献

- K. Shaaban, M. Elamin, and M. Alsoub, Transportation Research Procedia 55, 1373 (2021).
- [2] R. Nishi, A. Tomoeda, K. Shimura, and K. Nishinari, Transportation Research Part B: Methodological 50, 116 (2013).
- [3] K. Aghabayk, W. Young, M. Sarvi, and Y. Wang, in Australasian Transport Research Forum (ATRF), 34th, 2011, Adelaide, South Australia, Australia, Vol. 34 (2011).
- [4] C. R. Munigety, P. A. Gupta, K. M. Guru-

murthy, S. Peeta, and T. V. Mathew, in Transportation Research Board 95th Annual Meeting, 16-5025 (2016).

- [5] A. D. Mason and A. W. Woods, Physical Review E 55, 2203 (1997).
- [6] D. Chen, S. Ahn, S. Bang, and D. Noyce, Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 89 (2016).
- T.-C. Lee, An agent-based model to simulate motorcycle behaviour in mixed traffic flow, Ph.D. thesis, Imperial College London (University of London) (2007).
- [8] P. C. Nguyen, K. Ohara, H. Motoda, and T. Washio, in Advances in Knowledge Discovery and Data Mining: 9th Pacific-Asia Conference, PAKDD 2005, Hanoi, Vietnam, May 18-20, 2005. Proceedings 9 (Springer, 2005) pp. 639-649.
- [9] A. Nagahama, T. Wada, D. Yanagisawa, and K. Nishinari, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 570, 125789 (2021).
- [10] A. Nagahama, T. Wada, D. Yanagisawa, and K. Nishinari, Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies 14, 1794 (2022).
- [11] 古屋敬祐, 中理怡恒, 長濱章仁, 佐藤寛之, and 高玉圭樹, "車列表現の一般化による多様な車 列に適用可能な車両入替手順の進化的最適化,"
   (2022), 進化計算シンポジウム 2022, S3-11.
- [12] C. Boehm, Moral origins: The evolution of virtue, altruism, and shame (Soft Skull Press, 2012).
- [13] X. Jia, "Exploring heterogeneous pedestrian flow with an obstacle: the gap between physical and psychological congestion," (2023), the First Seminar on Heterosocial Systems.

# Evaluating the gap between the physical and psychological congestion of pedestrian flow

Xiaolu Jia<sup>1</sup>, Claudio Feliciani<sup>1</sup>, Sakurako Tanida<sup>1</sup>, Daichi Yanagisawa<sup>1</sup>, Katsuhiro Nishinari<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Aeronautics and Astronautics, The University of Tokyo.

### Abstract

In our previous field experiments [1], we observed a discrepancy between physical congestion and perceived congestion. Pedestrians exhibited a strategy of walking at low speeds even in low-density areas to avoid potential collisions ahead. However, it remained uncertain whether this low-density-low-velocity behavior occurred in daily life. In this study, we collected trajectory data from a train station using LiDAR sensors to analyze the density and velocity patterns of real passengers. The sensors tracked pedestrian positions, enabling us to capture local velocity and density at each moment. Our findings confirm the existence of low-density-low-velocity pedestrians in daily life. Additionally, we identified a low-density-diversified-velocity trend, emphasizing the complexity and heterogeneity of pedestrian behavior. Based on these observations, we propose an approach to estimate perceived congestion among pedestrians. These insights contribute to the creation of more comfortable walking environments by understanding the nuanced dynamics of pedestrian movement.

# 1 Introduction

Building walking environments with less congestion has been the main objective of pedestrian management. Congestion can be classified into physical and psychological categories. In previous research, the physical and psychological congestion has been regarded as the same. However, we found the discrepancy between physical and psychological congestion from previous crowd experiments [1]. Hereinafter, we would introduce the main indicators for both the physical and psychological congestion, and then explain the reason for their difference.

Concerning physical congestion, macroscopic indicators, such as pedestrian level-of-service (LOS) based on flow characteristics-density, velocity, and flow rate [2]; vorticity-based congestion numbers, measuring alignment at local areas [3]; and pedestrian entropy, gauging movement smoothness [4], assess the overall crowd dynamics. However, we specifically concentrate on microscopic physical congestion experienced by individual pedestrians to facilitate a comparison with their psychological congestion.

To evaluate the congestion of each pedestrian, the most common indicators are personal density and velocity. In previous research, the personal density and velocity have been considered consistent because of their monotonic negative correlation [2, 5], and are applied to evaluate the psychological congestion, i.e., discomfort, of pedestrians.

However, experimental results show that the velocity does not always have a monotonic correlation with the density [6]. Another trend indicating that the velocity remains constant despite the variation in density was observed. This is due to the low-density-low-velocity pedestrians who choose to wait or walk slowly to avoid collisions with pedestrians in front of them.

The inconsistency between density and velocity impacts their different effectiveness in indicating psychological congestion. Our field experiments, which involved tracking pedestrian trajectories to measure physical congestion and administering questionnaires to record psychological congestion [1], revealed that low-density-low-velocity pedestrians perceived high congestion. This implies that low physical congestion corresponds to high psychological congestion, making velocity a superior indicator to density in gauging psychological congestion.

However, the low-density-low-velocity is only observed in field experiments, where the walking motivations of pedestrians are different. Therefore, we would examine the density-velocity fundamental diagram in real life by analyzing the sensing data at a train station, and analyze the features of real passengers.

# 2 Velocity and density

Here, we introduce the methods to measure personal velocity and local density for further numerical analysis.

Generally, the method of calculating pedestrian velocity is self-explanatory. Velocity is defined as the rate of change of pedestrian position with respect to time, which was calculated using Equation 1:

$$\boldsymbol{v}_i(t) = \frac{d\boldsymbol{p}(t)}{dt} = \frac{\boldsymbol{p}_i(t + \Delta t) - \boldsymbol{p}_i(t - \Delta t)}{2\Delta t}, \quad (1)$$

where  $\boldsymbol{v}_i(t)$  indicates the velocity of pedestrian *i* at moment *t*,  $\boldsymbol{p}_i(t)$  indicates the corresponding pedestrian position, and  $\Delta t$  indicates the time gap used to measure velocity. Here, we applied  $\Delta t = 0.2$  s for calculation.

As to the density of an individual, the peripersonal space (PPS) has been applied to indicate the region that a pedestrian can manipulate [7]. It is believed that the more the PPS is occupied, the less the mobility will be, and the higher his/her personal density will be. In this paper, we apply the Voronoi diagram [5] to represent this PPS. An illustration of the Voronoi diagram of pedestrians can be seen in Fig. 4, which we will introduce in Sec. 4. The density of a certain pedestrian can be expressed using Equation 2:

$$\rho_i(t) = \frac{1}{A_i(t)},\tag{2}$$

where  $\rho_i(t)$  indicates the local density of pedestrian i at moment t.  $A_i(t)$  represents the area of the Voronoi cell that pedestrian i actually possesses.

# 3 Sensing data

The sensing was conducted on the 2F concourse of JR-East (East Japan Railway Company) Shinjuku Station. The entire sensing operation was authorized by JR-East and executed by Denso Wave Incorporated (Denso) between 7:00 and 10:00 AM on July 4th, 2023. Details about the sensor appearance, sensor locations, and sensing environments can be observed in Fig. 1. The obtained pedestrian trajectories from the sensors are shown in Fig. 2.



Fig.1: Sensing location, sensors, and sensor positions.



Fig.2: Trajectories of passengers by LiDAR sensor.

# 4 Results analysis

### 4.1 Results of density and velocity

The velocity and density at 8:30 am are selected and illustrated in Fig. 3 and Fig. 4. The black lines represent inner and outer boundaries (walls, elevators, pillars, etc.). The blue circles represent pedestrians. The red arrows in Fig. 3 indicate the velocity including the direction and speed value. The red polylines in Fig. 4 indicate the Voronoi boundary. For each pedestrian point, the polylines surrounding compose its personal space, and the personal density can be calculated as the reciprocal of the personal space as shown in Eq. 2.



Fig.3: Velocity at 8:30 am.



Fig.4: Voronoi density at 8:30 am.

Accordingly, the velocity and density of each pedestrian at each moment can be calculated, and the correlation between personal velocity and density can be obtained.

### 4.2 Fundamental diagram

The density-velocity fundamental diagram is shown in Fig. 5. Each scatter represents the density-velocity pair of a certain pedestrian at a certain moment. We observe three types of variation trends. Type A is the typical monotonically decreasing trend, Type B is a horizontal trend, and Type C is a vertical trend.



Fig.5: Different trends in the fundamental diagram.

The three distinct types may reflect varying pedestrian movement features and underlying psychologies.

Type A represents a natural trend wherein higher pedestrian density impedes individuals from walking at their desired speed when trying to leave, resulting in a higher-density-lower-velocity trend.

Type B exhibits a low-density-low-velocity trend, suggesting that some pedestrians are either not motivated or less inclined to walk. This could be attributed to a preference for waiting until the area clears to avoid congestion near the exit. Alternatively, pedestrians in this category may simply stand with a desired speed of zero. Consequently, even when the density is low, the corresponding velocity remains low.

Type C displays a low-density-diversifiedvelocity trend, indicating that pedestrians exhibit varying free speeds under low-density situations. This observation is particularly relevant to passenger behavior during morning rush hours at train stations. Individuals in a hurry tend to walk at significantly higher speeds compared to those with less urgency.

# 4.3 Discussion on the perceived congestion of pedestrians

In our previous experimental research, we proposed that perceived congestion stems from the gap between the desired speed and the actual speed. The analysis of subway station sensing data highlights diverse trends in the fundamental diagram, signifying a wider spectrum of desired speeds. As a result, we intend to explore the measurement of pedestrians' perceived congestion through the following approach.

For an individual pedestrian, utilizing the tracked trajectory data, the desired speed can be considered as the highest speed when their density is low (e.g.,  $\leq 0.5$  m/s). However, the desired speed may vary due to different motivations among pedestrians. For instance, a pedestrian who remains stationary for several time steps may commence walking after accomplishing their purpose. Therefore, to discern changes in desired speed, clustering on velocity data is necessary to identify various motivations. This analytical approach assists in capturing the perceived congestion of each pedestrian.

While this approach necessitates future validation through a comparison of physical and psychological congestion, we anticipate that this paper will serve as a reminder for a more meticulous quantification of psychological congestion.

# 5 Conclusion

Our study explores the intricate relationship between pedestrian density and velocity. Analyzing LiDAR sensor data from a train station, we unveil the low-density-low-velocity phenomenon, where pedestrians opt for slower speeds in less crowded areas, possibly to avoid congestion. Furthermore, the density-velocity fundamental diagram reveals three trends: Type A (monotonically decreasing), Type B (low-density-low-velocity), and Type C (low-density-diversified-velocity).

To estimate perceived congestion, we propose an approach considering the gap between desired and actual speeds, clustering velocity data for different motivations, and spatial averaging for layout evaluation. This challenges conventional beliefs and provides insights for designing pedestrian-friendly environments to enhance daily walking experiences.

# 6 Acknowledgement

This work was financially supported by the JST-Mirai Program Grant Number JPMJMI20D1 and the JSPS KAKENHI Grant Number JP21K14377, JP23K13521, JP21H01570, and JP21H01352.

# Reference

- Jia, X., Feliciani, C., Murakami, H., Nagahama, A., Yanagisawa, D. & Nishinari, K. Revisiting the level-of-service framework for pedestrian comfortability: Velocity depicts more accurate perceived congestion than local density. *Transportation Research Part F.* 87 pp. 403-425 (2022)
- [2] Fruin, J. Pedestrian planning and design . Pedestrian Planning And Design. (1971)
- [3] Zanlungo, F., Feliciani, C., Yücel, Z., Jia, X., Nishinari, K. & Kanda, T. A pure number to assess "congestion" in pedestrian crowds. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies.* **148** pp. 104041 (2023)
- [4] Xie W., Lee E. W. M., Lee Y. Y., Selforganisation phenomena in pedestrian counter flows and its modelling, *Safety Science*. 155 pp. 105875 (2022)
- [5] Steffen, B. & Seyfried, A. Methods for measuring pedestrian density, flow, speed and direction with minimal scatter. *Physica A.* 389, 1902 1910 (2010)
- [6] Duives, D., Daamen, W. & Hoogendoorn, S. Quantification of the level of crowdedness for pedestrian movements. *Physica A*. 427 pp. 162 - 180 (2015)
- [7] Cléry, J. & Hamed, S. Frontier of Self and Impact Prediction. *Frontiers In Psychology*. 9 pp. 1073 (2018)

# 神戸市中心部における徒歩帰宅シミュレーション

棋本大悟<sup>1</sup>, 菊池麻衣子<sup>2</sup>, 照井彩子<sup>2</sup>, 安倍孝太郎<sup>2</sup>, 土居菜々子<sup>2</sup>, 小林実季<sup>2</sup>, 伊藤伸泰<sup>1</sup>, 野田五十樹<sup>1,3</sup>

1 理化学研究所 計算科学研究センター,

<sup>2</sup>株式会社 NTT ドコモ,<sup>3</sup>北海道大学

#### 概要

2021 年度より理研・ドコモ・神戸市は共同で、神戸市中心部におけるデジタルツインを構築し、 災害時の避難計画立案に役立てることを目指して、都市スケールの歩行者避難行動を予測するこ とを試みてきた。本研究では NTT ドコモ提供の携帯電話情報によるメッシュ人口データ、デジ タル地図 OpenStreetMap、オープンソースシミュレータ CrowdWalk を用いてデジタルツインを 構築し、混雑箇所を予測した。その結果、合流部から混雑が広がっていく様子が観測された。こ れらの混雑は特に事業所が集中している旧居留地の帰宅を6時間遅らせることにより軽減され、 混雑箇所の数が減少することが明らかとなった。

# Pedestrian return home simulation in Kobe City center

Daigo Umemoto<sup>1</sup>, Maiko Kikuchi<sup>2</sup>, Ayako Terui<sup>2</sup>, Koutarou Abe<sup>2</sup>, Nanako Doi<sup>2</sup>, Miki Kobayashi<sup>2</sup>, Nobuyasu Ito<sup>2</sup>, Itsuki Noda<sup>1,3</sup>

 $^1$  RIKEN R-CCS,  $^2$  NTT DOCOMO, INC.  $^3$  Hokkaido University

#### Abstract

Since FY2021, RIKEN, Docomo, and the Kobe City Government have been attempting to construct a digital twin of the central region of Kobe City under a joint research, to estimate urban scale pedestrian evacuation behavior, with the aim of using it for evacuation planning in the event of a disaster. In this study, the construction was accomplished using population information from cell phones provided by NTT DOCOMO, INC., OpenStreetMap, and Crowd-Walk, the open source pedestrian simulator, to estimate congestion locations. It was observed that congestion spread out from the merging roads, and it became clear that these congestion areas could be reduced by delaying the return home for 6 hours of the pedestrians from Old Settlement of Kobe City, where highly concentrated business district locates.

# 1 背景

災害時に都市に人が集中していると、避難行動に 起因する混乱によって二次被害が生じることが懸念 される。特に、都市そのものに災害が発生しなくて も、その都市が労働の拠点となっている場合、近隣 の都市や地域で災害が発生すると、多数の帰宅困難 者が発生する危険性がある。実際に東日本大震災の 際には多くの勤労者が東京都内を徒歩で帰宅するこ とを余儀なくされた。

2021 年度より神戸市、NTT ドコモ、理化学研究 所の3者は共同で、実データに基づく神戸市のデジ タルツイン [1] を構築し、避難シナリオの検討、あ るいは再開発のシナリオを含めたより広範なまちづ くりの検討を進めている。本研究では、神戸市の外 部で大規模災害が発生した場合を想定し、普段から 神戸市中央部へ徒歩で通勤している人に加え、普段 は電車で通勤する人が駅に集まり、電車が運休して いることを知って徒歩での帰宅に切り替えるケース をシミュレーションすることを目標に、帰宅困難者 によって生じる混雑が著しい箇所の推定を試みた。 また、特定の箇所からの徒歩帰宅者の出発を遅延さ せれば、これらの混雑が避けられるか、その程度は どのくらいになるか調査した。

本研究では、シミュレーションフレームワークと して、オープンソースのエージェントベース歩行者 シミュレータである CrowdWalk[2] と、手作業で編 集された OpenStreetMap[3]、株式会社 NTT ドコモ により提供された 1 時間分解能・500 m メッシュの 人口データを用いた。シミュレーション領域を図 1 左の赤枠で示す。地図の編集、環境の構築に関する 詳細は [4] に掲載されている。



図 1: シミュレーション領域 (左赤枠) と歩道実装 の様子 (右青枠)

# 2 歩行者数推定とシナリオ

メッシュ人口データにより昼間に神戸市中心部に いる人々がどのメッシュからやってきたか (正確な座 標・時刻は不明であるものの) 遡って調査できる。こ れにより、シミュレーション領域内から出勤してき た人、東西から出勤してきた人をメッシュごとに弁 別し、全体で通常時の徒歩帰宅者は 53,310 人、うち 区内・東・西からの出勤がそれぞれ 14,856 人、16,749 人、21,705 人と判明した。シミュレーション実行時 にはより細かいメッシュ単位人口を設定した。

神戸市の近隣で災害が発生し、神戸市中心部に出 勤・勤務している人が区内・域外へ避難する状況を 想定する。ゴールは図2に示すように、東の域外に 帰宅する人は東1,2,3,4、西については西1,2,3,4 に 設定した。エージェントはシミュレーション開始か ら1時間にわたって均等な時間分布で出発させた。 この設定でシミュレーションを実行すると、一つの シナリオあたりコンベンショナルな X86CPU では 約30分、富岳では約2時間を要するが、後者では 並列実行により数十~千のシナリオを同等の時間で 完了できる。



図 2: ゴール位置と駅の位置。東の域外に帰宅する 人は東 1,2,3,4、西については西 1,2,3,4 をゴール に設定した。

神戸の北には山地が、南には海が存在し、徒歩で 北に向かう場合も東西どちらかの道を利用すること になるため、北への人流は想定しない。神戸の南方 にはポートアイランドが存在するが、今回は災害時 には島に留まってもらうことを想定し、この人流も 仮定しない。図2には参考のため駅も示したが、本 シミュレーションにおいては電車が継続して運行を 停止していることにより徒歩帰宅行動が生じると仮 定しているため、帰宅のために駅に向かう人流は設 定しない。今回は、上記の人数が一斉(1時間以内) に帰宅を開始した場合と、図3赤枠で代表する旧居 留地の人々が帰宅を遅延した場合を比較する。

赤信号によって交差点に差し掛かった人の歩行が 止まると、その後ろに向かって停止列が成長する。 やってくる人数が少なければ、青信号になるととも に人は歩き去って混雑が解消する。新たに交差点に 到来する人数が十分に少なければ、次に赤信号になっ たときには誰も列に並んでいないかもしれない。こ のように青信号が終わる瞬間 (シミュレーション計算 間隔は1秒で、エージェントは停止までに1秒以上 かかるため、まだ赤信号の効果は現れない) は最も 混雑が解消する瞬間である。その時点で交差点手前 に停止している人が存在するようであれば、その交



図 3: 旧居留地の場所

差点は1回の信号周期内にやってくる人を捌けない、 すなわち混雑を生じていると考えられる。そこで赤 信号に変化する瞬間のスナップショットを取得する ことにした。それらを全時間帯にわたって画像的に 重ね合わせたものを図4に示す。色は速度を表し、 赤であれば停止、緑であれば自由歩行(約1m/s)を 示す。画像平均であるため、色の濃さはエージェン トの存在確率に対応している。市内中心部における 混雑は左図で特に顕著で、駅周辺は電車を利用する 交通需要がなくても混雑することが読み取れる。



図 4: 遅延なし (左)・あり (右) による混雑状況の 比較。4 分ごとに赤信号へ変化する瞬間のスナッ プショットの、全シミュレーション時間による画像 平均。

前記の分析に加え、長い時間スケール (数十分~ 1時間) にわたってこの混雑の列が長くなっていく ようであれば、その交差点は大域的な混雑の原因と なっていると考えられる。そのダイナミクスと混雑 の原因を解明するため、混雑がどこから開始するの か調べた。上記スナップショットを時系列で動画に し、混雑の列が成長を始める位置を特定・プロット したものを図5に示す。赤の矢印が混雑の開始点を 表している。左の図に着目すると、市内全域で混雑 が生じているが、図中赤丸で示した箇所はふだんあ まり人流がないにも関わらず、長く続く顕著な混雑 が見られた。この様子は図4でも確認することがで きる。これは、東西それぞれ4ヶ所しかない出口の うち、西1・東4に向かう人流が合流することが原因 と考えられる。より本質的には、神戸市の道の方向 は海岸線に対してやや傾いており、北西と南東は道 が土地が外に向かって絞られているため、道が合流 する構造になっていることに起因すると考えられる。



図 5: 遅延なし (左)・あり (右) による混雑箇所 (赤 矢印) の比較。赤丸は合流により混雑が生じたと考 えられる箇所。

# 3 帰宅抑制の効果と考察

旧居留地からの帰宅開始を遅延させた場合の混雑 状況を図 4.5 の右側に示した。混雑箇所が顕著に減 少していることが確認できる。また、シミュレーショ ン内に存在するエージェント数の推移を図6に示す。 帰宅開始の遅延により、全体では約5時間から8時 間に増大するが、これは遅延の効果がドミナントで、 旧居留地以外・遅延させた旧居留地からの帰宅行動 の完了時間はいずれも元の時間より短く、それぞれ 要した時間はは約4時間と約2時間となった。また、 シミュレーション開始時から最初の避難行動が終了 するまでの時間は遅延あり・なしでそれぞれ約5時 間、約4時間となり、20%程度の短縮が見られる。 また、遅延ありの場合においては4時間経過後に全 く人がいなくなることから、6時間の遅延は十分す ぎるほどであり、4時間程度の遅延で混雑が十分回 避可能であることが読み取れる。

さらに効率が最大化される遅延時間を調べるため、 パラメータとして変化させた。避難完了すなわちシ ミュレーション終了までの時間 (ほぼ図 6 の右端の 座標に対応) と、平均旅行時間を図 7 左に示す。2 時



図 6: 遅延なし・ありによる歩行者人数の比較

間遅延した際に効率が最大化され、平均旅行時間は 遅延3時間でほぼ最小となる以降、ほぼ違いがない ことが読み取れる。



図 7: 左右はそれぞれシミュレーション完了までの 時間 (片対数)、平均旅行時間。青と橙は各々、遅 延区域として旧居留地周辺、1メッシュ北に移動し た際の結果。誤差は各5試行の標準誤差を示した。

また、遅延メッシュの南半分の人口は少ないが、 現遅延領域の北側に隣接する2メッシュは三宮駅を 含み、北半分と同等に人口が多い。そこで遅延領域 を1メッシュ北に移動すると、避難時間が劇的に減 少し、平均旅行時間は10%ほど削減された(図7)。 人口密集地であるほど遅延は有意義と解釈される。

混雑箇所は駅の所在する中心部に集中する傾向が 遅延あり・なしのいずれにおいても見られた。各交 差点における最大の待機人数を分析すると、東西に 列が伸びていることが確認され、東西に貫通する大 通りにおいて東西に行き交う人流が互いに干渉して いることが分かった。これは、東に出勤している人 が西の出口から、西に勤務している人が東の出口か ら出るといった回避不能な帰宅行動によって生じて いると考えられる。混雑を回避するためには、東ま たは西に向かう人々だけが用いる専用の避難経路を 個別に指定する等の方法が考えられる。これは、現 時点で無向リンクとしている歩道を、有向リンクに 設定しなおすことでシミュレーションにより結果を 推定できる。東・西への交通量が最も多い地点はそ れぞれ特定できているため、それらの箇所を東・西 通行専用とするのが妥当と考えられるが、避難計画 担当部署へヒアリングのうえ、具体的にどの箇所に 有向リンク設定を実施するか検討していきたい。

今後の展望として、一次避難施設への誘導も計画 されている。避難施設利用者は、市中心部南にある 公園で各避難施設に振り分け誘導する方法のほか、 インターネットやスマートフォンを用いて直接誘導 する方法が提案されている。これらの仕様詳細を調 査・ヒアリングのうえシミュレーションに実装し、さ らに現実に近い状況を再現することで、より具体的 に混雑を回避できる誘導方法を提案していきたい。

# 4 まとめ

本研究では、神戸市中心部における歩行者の避難 シミュレーションを実施し、混雑箇所と、特定の箇 所の避難開始遅延の効果を推定した。旧居留地の避 難開始遅延時間は約2時間において最適化され、ま た一つ北側のメッシュを遅延区域として指定すると さらに効率化できることが明らかとなった。

# 5 謝辞

本研究は FOCUS (Foundation for Computational Science) Establishing Supercomputing Center of Excellence および JSPS 20K15004の予算においてなされ、OpenStreetMap https://www.openstreetmap.org の地図を用いた。 記して謝意を表する。

# 参考文献

- Fuller, A., et al. Digital twin: Enabling technologies, challenges and open research. IEEE access, 8, 108952–108971
- [2] Yamashita, T., et al. Implementation of Simulation Environment for Exhaustive Analysis of Huge-Scale Pedestrian Flow, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, 6(2), 137–146.
- [3] OpenStreetMap contributors. Retrieved from https://planet.openstreetmap.org.(2015)
- [4] Umemoto. D., et al. Urban scale pedestrian simulation in Kobe City center, ISAROB, AROB 28th 2023, OS18-1

# 連続 OV モデルにおける安定・不安定平衡点周りの quasi-potential の数値解析

石渡龍輔<sup>1</sup>,野村保之<sup>2</sup>,杉山雄規<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 東北大学 東北メディカル・メガバンク機構 ゲノム医科学情報学分野, <sup>2</sup> 福井工業高等専門学校,<sup>3</sup> 名古屋大学 大学院情報学研究科 複雑系科学専攻

#### 概要

連続 OV モデルの解析計算で得られた安定・不安定平衡点が数値計算でも再現されることを検証する. さらに、それらの平衡点周りで巨視的ゆらぎ理論の quasi-potential を計算する.

# Numerical analysis of quasi-potentials around stable and unstable equilibrium points in the continuous OV model

Ryosuke Ishiwata<sup>1</sup>, Yasuyuki Nomura<sup>2</sup>, Yuki Sugiyama<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Informatics for Genomic Medicine, Tohoku Medical Megabank Organization, Tohoku University, <sup>2</sup> National Institute of Technology, Fukui College,

<sup>3</sup> Department of Complex Systems Science, Graduate School of Informatics, Nagoya University

### Abstract

We verify that the stable and unstable equilibrium points obtained from analytical calculations of the continuous OV model are reproduced numerically. Furthermore, we calculate the quasi-potentials defined in the macroscopic fluctuation theorem around those equilibrium points.

# 1 はじめに

魚や鳥や昆虫の群れの移動,自動車の交通流など は,非対称相互作用を持つ個体からなる多体現象と みなせる.非対称相互作用はエネルギーの散逸とと もに導入され,そのような物理系は,非対称散逸系 (Asymmetric Dissipative System)ともよばれる[1]. 熱やエネルギーなどの巨視的量を使うことで,系の 動力学を直接解析することなく振る舞いを予測する ことができるため,集団運動を特徴づける巨視的な 物理量を調べることは,非対称散逸系においても重 要であると考えられる.

巨視的な物理量を吟味するために、まずは連続化

された最適速度模型(OV)モデルにおいて解析計 算によって予見されている安定・不安定平衡点への 収束ならびに発散が再現されることを確認する.そ の後,巨視的物理量として古典物理におけるポンテ シャルに対応した巨視的ゆらぎ理論(MFT)[2]に おける quasi-potential(準ポテンシャル)を取り上 げ,非対称散逸系である OV モデルにおいて得られ る quasi-potential を評価する.

### 連続 OV モデル

OV モデルは交通流の数理モデルであり, *j* 番目の 粒子の位置  $x_j$  (1  $\leq j \leq n$ )の運動方程式が

$$\ddot{x}_j = a \left[ V(\Delta x_j) - \dot{x}_j \right] \tag{1}$$

で与えられる [3]. ただし  $\Delta x_j = x_j - x_{j-1}$  で あり周期境界を考える場合,  $x_0 = x_n - L$  およ び  $x_{n+1} = x_1 + L$  とする (L はシステムの大き さを表す定数). また V は tanh 型の OV 関数  $V(x) = v_0 [ \tanh \beta (x - b^*) + \Gamma ]$  とする, ただし  $\Gamma = \tanh \beta b^*$ .

ここで変数  $r_j = \Delta x_j - b$ を導入して方程式 (1) を 書き換える(ただし b は平均車間).  $x_{j+1} \ge x_j$ の方 程式の差を取れば  $r_j$ の運動方程式が得られる.

$$\ddot{r}_{j} = a \left[ V(r_{j+1} + b) - V(r_{j} + b) - \dot{r}_{j} \right].$$
(2)

ただし  $V(x) = v_0 \tanh \beta(x - b^*)$  と置き換えて良い. ここで添字を  $r_j(t) \equiv r(t, j)$  と表現しても良いこと, さらに r(t, j) が j に関してべき級数展開できる関数 で与えられる  $(r(t, j) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{r^{(k)}(t, 0)}{(k!)} j^k)$  とき, フトオペレーターを作用させると  $\exp\left(\frac{\partial}{\partial j}\right)r(t, j) =$ r(t, j + 1) となる [4, 1]. シフトオペレーターを用 いた表記にして平均車間を b = L/n と固定した上 で, n について連続極限  $bj \rightarrow x, r(t, j) \rightarrow r(t, x),$  $N \rightarrow \infty, L \rightarrow \infty$  をとると式 (2) は次のように書き換 えられる.

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = a \left[ \left( \exp\left(b \frac{\partial}{\partial x}\right) - 1 \right) V(r+b) - \frac{\partial r}{\partial t} \right].$$

このとき r が定常伝播解を持つと仮定して, r(t,x) =  $u(\xi), \xi = x - ct$  (c は伝播するクラスタの速度) とお いて,  $\exp\left(\pm b \frac{\partial}{\partial x}\right)$ の3次まで展開して  $\xi$  について積 分をおこない任意の b で  $u = 0, \dot{u} = 0$ の解を持つよ うに積分定数を設定し  $v := \frac{du}{d\xi}$  とすれば,

 $\dot{u} = v,$  (3a)  $\dot{v} = \frac{6}{ab^{3}V'} [c^{2}v - cau - abV] - \frac{3v}{b} - \frac{V''}{V'}v^{2},$  (3b)

となる. ただし  $V(r+b) = v_0 \tanh \beta (r+b-b^*) - v_0 \tanh \beta (b-b^*)$  である.

# 3 平衡点周りの数値解析

得られた式 (3) を 4 次ルンゲ = クッタ法を用いて 数値計算をおこなった(図 1). 先行研究 [4] にて解 析計算で得られている  $b = b^*, a < a_c^*$ における不安 定平衡点(らせん状の発散)と  $b \neq b^*, a_c < a$ での 安定平衡点(1 点へのらせん状の収束)を確認した.



 $\begin{aligned} &-0.966667. \text{ (b) } b = 0.8, \ a = a_c + 0.3, \ a_c = \\ &2V'(b) = 1.92209, \ c(a_c) = -bV'(b), \ c(a) = \\ &c(a_c) \Big[ 1 - \frac{a_c^{\star}(a - a_c)^2}{12a_c^2(a_c^{\star} - a_c)} \Big] = -0.781472. \end{aligned}$ 

どちらも  $u_0 = v_0 = 1 \times 10^{-6}$  からのシミュレーショ ン計算で,  $b^* = 1, v_0 = 1, \beta = 1$ と設定し, 解析計 算 [4] により得られている  $a_c^* = 2\beta v_0, c^* = -b^*\beta v_0$ ならびにクラスタ速度 c(a) を用いた.  $b \neq b^*$ の場 合に a が  $a_c$  と近すぎた場合数値が発散することが あったが, これは a の値が共存相に含まれてしまっ たことが原因だと考えられる. これを除いて, 解析 計算を再現する結果が得られたと言える.

# **4** Quasi-potential

任意の連続力学系に摂動を加えた次の確率微分方 程式 (SDE) を考える.

$$\mathrm{d}\vec{x}(t) = \vec{b}(\vec{x}(t))\mathrm{d}t + \sqrt{2\varepsilon}g(\vec{x}(t))\mathrm{d}\vec{w}(t), \ \vec{x} \in \mathbb{R}^n, \ (4)$$

ただし w はウィーナー過程で平均 0 で共分散が  $\mathbf{E}[\mathrm{d}w^{i}(t)\mathrm{d}w^{j}(t')] = \delta^{ij}\delta(t-t')\mathrm{d}t$ をみたすとする. またこの論文では  $\vec{w} \in \mathbb{R}^{n}$ とし g を単位行列  $g(\vec{x}) = I$ とする.

このとき (4) の確率過程の軌道を  $\vec{x}(\cdot)$  と表し,絶 対連続な軌道を  $\hat{\vec{x}}(\cdot)$  とする<sup>41</sup>. Freidlin と Wentzell は先行研究 [5] において時間  $[t_i, t_f]$  に,それらの経 路が任意に近づく確率を次のように求めた.

$$\lim_{\delta \searrow 0} \liminf_{\varepsilon \searrow 0} \varepsilon \ln P\left(\sup_{t_i \le t \le t_f} \|\vec{x}(t) - \hat{\vec{x}}(t)\| < \delta\right)$$
$$= \lim_{\delta \searrow 0} \limsup_{\varepsilon \searrow 0} \varepsilon \ln P\left(\sup_{t_i \le t \le t_f} \|\vec{x}(t) - \hat{\vec{x}}(t)\| < \delta\right)$$
$$= -S_{t_i t_f}[\hat{\vec{x}}(\cdot)].$$
(5)

ただし  $\|\cdot\|$  は  $\mathbb{R}^d$  内のベクトルのノルムを表しており、 $S_{t_it_f}$  は、次で定義される汎函数であり Freidlin–Wentzell 汎函数とよばれる.

$$\mathcal{S}_{t_i t_f}[\vec{x}(t)] = \frac{1}{4} \int_{t_i}^{t_f} \left\| \dot{\vec{x}}(t) - \vec{b}(\vec{x}(t)) \right\|_{Q^{-1}(\vec{x}(t))}^2 \mathrm{d}t.$$

ただし行列  $Q^{-1}$  は摂動項の行列  $Q(\vec{x}) = g(\vec{x})g^{\top}(\vec{x})$ の逆行列であり,適当な行列  $A(\phi)$  としたとき  $\|\vec{v}\|^{2}_{A(\vec{\phi})}$  は  $\|\vec{v}\|^{2}_{A(\vec{\phi})} \coloneqq \vec{v}^{\top}A(\vec{\phi})\vec{v}$  と定義される.こ の作用汎函数は,確率微分方程式 (4) から摂動を除 いた決定方程式の解軌道において0になる.

Freidlin と Wentzell の先行研究により  $t_i, \vec{x}_i$  が  $t_f, \vec{x}_f$  に遷移する確率を  $\vec{x}(t_i) = \vec{x}_i, \vec{x}(t_f) = \vec{x}_f$  を みたす絶対連続な軌道によって

$$P(\vec{x}_i, t_i; \vec{x}_f, t_f) \asymp \frac{1}{Z_A} \int \mathcal{D}[\vec{x}(\,\cdot\,)] \exp\left[-\frac{\mathcal{A}[\vec{x}(\,\cdot\,)]}{\varepsilon}\right]$$

と表すことができる. ただし  $Z_A$  は正規化係数で, 指数因子  $\exp\left[-\frac{\mathcal{A}[\vec{x}(\cdot)]}{\varepsilon}\right]$  は小さな  $\varepsilon$  について経路 の空間における確率である. これを用いると,ある 点  $\vec{x}_0$  から出発した確率過程が  $\vec{x}$  に到達するときの quasi-potential (準ポテンシャル)を次のように定義 することができる.

$$F_{\vec{x}_0}(\vec{x}) = \min_{\left\{\hat{\vec{x}}(\cdot) \mid \hat{\vec{x}}(-\infty) = \vec{x}_0, \hat{\vec{x}}(0) = \vec{x}\right\}} \mathcal{S}\left[\hat{\vec{x}}(\cdot)\right].$$
(6)



図 2: Brusselator 振動子の quasi-potential. アトラ クタ (Attractor)を基準として値を計算した. 白い 領域は数値計算の手法の限界で値をを求められな かった領域である.

ここでも絶対連続な軌道を $\hat{\vec{x}}(\cdot)$ としている.また 絶対連続な軌道がなければ $F_{\vec{x}_0}(\vec{x}) = \infty$ となるよう に定義する.

 $F_{\vec{x}_0}$ を準ポテンシャルと呼ぶ理由は、勾配系  $\vec{b}(\vec{x}) = -\nabla U(\vec{x})$ と表すことができる場合、 $F_{\vec{x}_0}(\vec{x}) =$  $U(\vec{x}) - U(\vec{x}_0)$ と実際のポテンシャルと一致する. 準と呼んでいる理由は、SDE(4)の摂動項について いる係数  $\sqrt{2\epsilon}g(\vec{x}(t))$ によって大きさが変化するか らである.実際に  $\sqrt{2\epsilon} \rightarrow \sqrt{\epsilon}$ とすると $F_{\vec{x}_0}(\vec{x}) =$  $2(U(\vec{x}) - U(\vec{x}_0))$ という結果が得られるためであり、 絶対的な量より $F_{\vec{x}_0}$ の地形に意味があることを表し ている.

MFT のレビュー論文 [2] にあるように quasipotential を使うことで力学的な速い運動と準静的 な操作や非線形効果よって起こる遅い変化を分 離することができる.実際に Brusselator 振動子  $\dot{x} = 1 + x^2y - 4x$ ,  $\dot{y} = 3x - x^2y$  を考えたとき,数 値的に求められた (6) の F は,図 2 で与えられる. この結果から,Brusselator 振動子において速い運動 である振動的な振る舞いは図 2 における色が同一の 領域で起こっており,アトラクタから離れていくよ うな準静的な操作にかかる物理的な仕事の大きさが quasi-potential の色の違いで表されている.

# 5 連続 OV の場合の結果と考察

一般的にアトラクタを基準として quasi-potential を求めることが多い.しかしここでは図1に対応し

<sup>\*&</sup>lt;sup>1</sup> 連続な軌道は摂動なしの力学系の軌道とは異なることに注意する.



図 3: (a) 図 1 のパラメーター a, b に対応する quasipotential. 破線は摂動なしの軌道であり図 1(a) と 同じものである. (b) 図 1(b) のパラメーターに 対応する quasi-potential. 破線は摂動なしの軌道 であり図 1(b) と同じものである.

て、不安定平衡点近傍の点 $u_0 = v_0 = 1 \times 10^{-6}$ を基準 とした quasi-potential の値と安定平衡点 $u_0 = v_0 = 0$ を基準とした値を求めた.数値的に値を求める方法 はいくつかあることが知られているが、本論文では Ordered Line Integral Methods[6] を用いる.

図 3(a) が不安定平衡点の近傍  $u_0 = v_0 = 1 \times 10^{-6}$ を基準として計算した結果である. 摂動なしの軌道 上では値が 0 となっているはずであり,基準点から らせん状に離れていくにつれて値が大きくなってい くように見えることは計算手法由来の誤差であると 考えられる.

図 3(b) が安定平衡点  $u_0 = v_0 = 0$  を基準とする計 算結果である. このとき原点を中心として楕円状に 値が増大していってることが確認できる.

本論文では連続 OV モデルの安定・不安定平衡

点周りでの力学系の軌道の振る舞いを数値計算し, MFTにおいて言及される quasi-potential の数値解析 も行った.結果として不安定平衡点周りにおける数 値解析では,解析手法に由来する誤差の蓄積と,絶 対連続な経路が見つからないことによる計算結果の 発散が見られた.他方で安定平衡点周りにおける計 算では,連続な quasi-potential の地形を得ることが できた.

現段階では数値計算から新規な結果が得られては いないものの、OV モデルの共存領域における安定 なクラスタ解(リミットサイクル解)と安定な一様 流解を可視化できる可能性がある.そのため、連続 OV モデル(3)の次数を上げて quasi-potential を議論 することを考えている.さらに、無限次元にも適用 できる方法[7]を参考にして、一般的な非対称散逸 系について MFT の適用可能性を調べたい.

# 参考文献

- Y. Sugiyama, Dynamics of Asymmetric Dissipative Systems, Springer Series in Synergetics, Singapore, Imprint: Springer, first ed. edition, 2023, DOI: http://dx.doi.org/ 10.1007/978-981-99-1870-6.
- [2] L. Bertini, A. D. Sole, D. Gabrielli, G. Jona-Lasinio, and C. Landim, Macroscopic fluctuation theory, Reviews of Modern Physics, 87, 2 593–636, 2015, DOI: http://dx.doi. org/10.1103/revmodphys.87.593.
- [3] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata, and Y. Sugiyama, Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation, Physical Review E, 51, 2 1035 – 1042, 02, 1995, DOI: http://dx.doi.org/10.1103/ physreve.51.1035.
- [4] Y. Nomura, S. Saito, R. Ishiwata, and Y. Sugiyama, Hopf bifurcation analysis for a dissipative system with asymmetric interaction: Analytical explanation of a specific property of highway traffic, Physical Review E, 93, 1 012215:1–12, 01, 2016, DOI: http://dx.doi.org/10. 1103/physreve.93.012215.
- [5] M. I. Freidlin and A. D. Wentzell, Random Perturbations of Dynamical Systems, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, 2012, DOI: http://dx.doi.org/10.1007/ 978-3-642-25847-3.
- [6] D. Dahiya and M. Cameron, Ordered Line Integral Methods for Computing the Quasi-Potential, Journal of Scientific Computing, 75, 3 1351–1384, 2018, DOI: http://dx.doi. org/10.1007/s10915-017-0590-9.
- [7] F. Bouchet, K. Gawędzki, and C. Nardini, Perturbative Calculation of Quasi-Potential in Non-equilibrium Diffusions: A Mean-Field Example, Journal of Statistical Physics, 163, 51157–1210, April, 2016, DOI: http://dx.doi.org/10. 1007/s10955-016-1503-2.

# 直鎖状の走化性エージェントモデルの運動性と安定性

### 大澤智興1

### 1 九州工業大学大学院 情報工学研究院 物理情報工学研究系

### 概要

相互作用を行う自己駆動粒子集団にみられる直線上の構造は、典型的で基本的な構造とみること ができる。最初に、平面上における単独の走化性エージェントの運動性を示す。次に複数のエー ジェントが非相互に作用することで直鎖状に連結したモデルについて提案し、その鎖の運動性と 安定性について報告する。

# Motility and stability of chemotactic agents that chained linearly

### Chikoo Oosawa<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Graduate School of Computer Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology

#### Abstract

Self-driven particles that chained linearly can be recognized as typical and fundamental structure in wide range of many interacting self-driven particles. Here we propose a model that can form chained agents due to non-reciprocal chemotactic interactions. Firstly, motilities of single agent are shown on 2D plane, and then motility and stability of agents that chained linearly are discussed.

# 1 序論

自然界や社会でみられる自己駆動可能なエージェ ント集団が形成する時空構造は、複雑で多様であり、 その現象を再現するモデルも多数提案、解析されて いる[1,2]。その様な時空構造の中で、比較的単純な 直鎖状に並んだエージェント集団は、非生物、細胞、 昆虫、ヒトや人工物に至るまで様々なスケールで見ら れる典型的で基本的な構造の一つであり[1,3,4,5]、 直鎖状構造の形成や崩壊要因の理解は、より複雑な 時空構造の理解や利用への一歩となると考えられる。

著者は、フロアフィールドモデル [6] を利用した 走化性エージェントのモデルを提案し、その運動性 を報告した [7, 8]。さらに、このエージェントを捕 食-被食関係にも拡張した [9]。ここでは、まず、単 独エージェントの運動性を示し、その後に複数の走 化性エージェントが非相互に作用することで、エー ジェントが連なった鎖を形成するモデルを提案し、 その鎖の運動性と安定性について報告する。

# 2 モデルと結果

本モデルにおける各エージェントは、時間ステッ プごとに、2次元格子上 (x, y)を4方向に移動可能 であるが、そのステップごとに、水面に浮かべた樟 脳粒のようにアリのように足跡である化学物質 (フェロモン)を放出  $(f_P)$ 、その強度 I は、

$$I_{x,y}(t+1) = I_{x,y}(t) + f_p \tag{1}$$

$$I_{x,y}(t+1) = I_{x,y}(t)(1-\delta)$$
(2)

$$I_{x,y}(t+1) = I_{x,y}(t)(1-\alpha) - \frac{\alpha}{4} [I_{x+1,y}(t) + I_{x-1,y}(t) + I_{x,y+1}(t) + I_{x,y-1}(t)]$$
(3)

に従う。ただし、α ∈ [0.0, 0.5],δ ∈ [0.0, 1.0] である。 式 (2) は、足跡物質の分解または昇華を意味し、式 (3) は、足跡物質の拡散を意味する。これらの作用



図1: 軌道の k 依存性、式(4)の k が赤: k = -20.0、 青:k = -10.0、緑:k = -1.0、黒:k = 0.0の場合、 t = 0 で原点 (0,0) をスタート位置として、t = 1000 まで計算した。 $\alpha = 0.5, \delta = 0.1, f_p = 5$ とした。

により足跡強度場 (I<sub>x,u</sub>) は、時間的に変化する。

#### 単一エージェント 2.1

単一エージェントの移動確率は、ソフトマックス 関数を用いて表記され、形成された強度場 I<sub>x.u</sub> に依 存し移動し、式(4)で表現できる。

$$p \propto \exp[k \cdot I_{x,y}] \tag{4}$$

#### 2.2単一エージェントの運動性

図1に、kの違いによる軌道例を示した。図1の 計算を 10<sup>4</sup> 回行い、t = 100 におけるエージェント の到達位置の頻度分布を図2に示した。図3には、 運動性を指標である、平均2乗変位と2乗変位の4 分位を示した。k < 0では、 $I_{x,y}$ に対して負の走化 性を示す条件である。これは自己の過去に存在した 場所から遠ざかる傾向を示し、その運動は1次元下 の運動性と同様に、自己回避性や非マルコフ性を示 している [7, 8]。しかし、エージェントの I<sub>x,y</sub> の感知 範囲は、最近接4方向のみに限定されており、I<sub>x,y</sub> も時間的に変化するため、再びスタート位置(近傍) に戻る可能性もある。従って、t > 10 では、傾きが 緩やかになっている。

k = 0条件下では、移動確率は $I_{x,y}$ に依存しない、 このため移動方向はステップ毎に等方的になり、ラ ンダムウォークと一致する(図3の灰色グリッド線)。

#### 直鎖状エージェント集団 $\mathbf{2.3}$

単一エージェントの運動性メカニズムは、負の走



図 2: t = 100 におけるエージェントの到達位置 分布のk依存性、式(4)のkが赤:k = -20.0、 黒:k = 0.0の場合、灰色: 頻度  $\propto \exp[-(x^2 + y^2)]$ 、 縦軸は 10<sup>4</sup> 回中の出現頻度を示す。他の条件は図 1と同じ。

に正の走化性を利用する。複数のエージェントを直 鎖状に行列させるために、i番目のエージェントと (i+1)番目のエージェントは、以下に示す式に従う、

$$p_i \propto \exp[k_{ii} \cdot I_{x,y}^i] \cdot \exp[k_{ij} \cdot I_{x,y}^j]_{\circ} \tag{5}$$

ここで、各々エージェントは、異なる足跡物質を放出 していることに注意されたい (図 4)。式 (5) の k<sub>ii</sub> < 0 の条件では、自己の足跡に対して回避的に移動する ため、これは自己駆動の成分 [7,8] となる。その一 方で、k<sub>ij</sub> >0 の条件は、j 番目のエージェントは、i 番目のエージェントからの足跡に追従する、つまり 正の走化性の成分となる。ここで、j = i - 1に限定 すると、エージェント間の非相互な作用を行列 k<sub>ii</sub> として表記でき、

$$k_{ij} = \begin{cases} k_{ii} < 0 \\ k_{ij} > 0 \ @ \ U, \ j = i - 1 \\ k_{ij} = 0 \ @ \ U, \ \bot$$
記以外の  $i \ge j \end{cases}$  (6)

となる (図 5)。

N 個の全てのエージェントに対して、1ステップ 内にランダムに一巡しながら、式(5)を適用し移動 させた。ただし、エージェントの排除体積効果を考 慮し、移動方向に他のエージェントが存在する場合 は、移動できない。

#### 直鎖状エージェント集団の運動性 $\mathbf{2.4}$

エージェント数 N = 4,8,16,32 と変化させると共 化性のみを利用したが、エージェント間の相互作用 に、 $|k_{ii}| = |k_{ij}| = 0, 1, 5, 10, 20$ 、に設定し、ステッ



図 3: 平均 2 乗変位と 2 乗変位の 4 分位の時間 t 依存性、赤線:k = -20,深赤□は中央値、エラーバーは、下側が第 1 四分位、上側側が第 3 四分位を示す。黒線:k = 0.0, 灰△は、中央値、エラーバーは、下側が第 1 四分位、上側側が第 3 四分位を示す。緑線:縦軸  $\propto t^2$ 、青線:縦軸  $\propto t^1$ 、他の条件は図 2 と同じ。

プ数  $t = 0 \sim 1000$  まで計算した。初期位置は、ス テップ数に対して十分広い平面を用意し、その中心 に直鎖状に配置した。これら鎖状エージェントの運 動性とを評価するために、初期位置からの平均2乗 変位を N 個の全てのエージェントから求め、運動性 の指標とした。図 6 は、大きい N かつ小さい t で、 運動性が低くなっている。これは、全てのエージェ ントが追従運動を開始するまで先行するエージェン トが移動し空きスペースを作るつようがあるためで ある。また、 $|k_{ii}| = |k_{ij}|$ が大きいほど、自己駆動 (自己回避) する確率が増えるため、直進性が増大し た (図 1, 図 7)。

さらに N が大きいほど、 $|k_{ii}| = |k_{ij}|$ が小さい程、 分裂や融合が見られた。これは鎖の長さが伸びるた め、分裂する確率も上がるためであるが、これら断 片が移動中に融合することもあり、結果として時間 的に、分裂と融合を繰り返す複雑な運動を示した。 特に、分裂現象は、エージェント鎖が交差する時に 生じやすかった、各エージェントの移動は、式(5) に従って移動するが、同時に排除体積効果もあるた め、同じ位置に複数のエージェントが共存すること は許されていない。その一方で、エージェントは、 走化性で移動するため鎖が交差することは許されて いる。従って、エージェント鎖が交差することで局 所的な渋滞を引き起こされ、結果的に追従するエー ジェントが先行するエージェントの足跡を見失うこ とで分裂が生じやすくなると考えられる。



図 4: 直鎖モデルの説明、a: エージェントの位置と 式 (5) 中のパラメタを示す。b,c: 各々エージェン トからの足跡空間 *I<sub>x,y</sub>* を示す。エージェント毎に 異なるフェロモン、化学物質を用いている。

# 3 展望

提案モデルのような現象は、ジャコウネズミのキャ ラバン行動や、ヤヌス粒子 [3]、ロボットによる集団 ひも状走行 [5] などでみることができる。分裂や融 合の現象の解析には、鳥の群れサイズ分布で示され た解析方法 [4] が適用できるかもしれない。

本報告では、単一の鎖について述べたが、複数の 鎖を用意し、それら複数鎖間の相互作用によりレー ン形成などの時空構造の形成条件や要因など調べる こともできる。これに近い条件として、線虫では、 短距離ネマチック相互作用が生じていることが示唆 されている [10]。

さらに、式(6) について、 $k_{1N} > 0$ を導入すると、 エージェント鎖の先頭と末端を連結させることがで き、環を形成させることもできる。また、Kano モ デル[11] のパターン Y[12] において直鎖状の構造が みられ、このような構造は、式(6) に対応する相互 作用行列を変更することで実現している。そこで、 本モデルにおいても人工生命のモデルとしての可能 性を探究できる。



図 5: エージェント数 N = 3 の場合の直鎖状の相 互作用行列 k<sub>ij</sub>、対角成分の負 (-) は、自己回避 (駆 動) 成分であり、+は追従成分を示す。



図 6: 平均 2 乗変位の時間 t 依存性、 $|k_{ii}| = |k_{ij}| = 20$ のみを示す。黒、灰、青、緑、赤は、それぞれ N = 1(図 3 0 赤と同じ), 4, 8, 16, 32 である。上黄 $線: 縦軸 <math>\propto t^2$ 、下の黄線: 縦軸  $\propto t^1$ を示す。

# 参考文献

- [1] 小田垣孝, 佐野幸恵, 山崎義弘, 山本健, 社会物 理学, 共立出版 (2022)
- [2] H. Murakami, M. Abe, Y. Nishiyama, J. Robot. Mechatron., Vol.35 No.4, pp.922-930, (2023)
- [3] D. Nishiguchi, J. Iwasawa, H.-R. Jiang, M. Sano, New J. Phys. 20 015002 (2018)
- [4] Y. Hayakawa, S. Furuhashi, Phys. Rev. E 86, 031924 (2012)
- [5] 若月ある、川野多佳也、宮島高志、本田泰、第24 回交通流と自己駆動粒子系のシンポジウム論 文集、p33-36、(2018)
- [6] A. Kirchner, K. Nishinari, A. Schadschneider, Phys. Rev. E, 67, 056122 (2003)



図 7: エージェント鎖の例:N = 32,|k<sub>ii</sub>| = |k<sub>ij</sub>| = 10、周期境界条件下であるため足跡や鎖が境界を 跨いでいる。左側の列は、鎖状の走化性エージェ ントの位置を示す。右側の列は、全てのエージェ ントからの足跡の総量(図 4b,c 層の合計)を示し、 一番右側のバーは足跡の強度表示である。上から 時間経過を示しているおり、aとd、bとe、cとf は、それぞれ同じtの状態を示している。緑三角と 赤四角は、それぞれ鎖の先頭と末端を示す。●と ×は、それぞれ偶数番目と奇数番目のエージェン トであり、白抜きの大きな矢印は、先頭(緑)と末 端(赤)のエージェントの移動方向を示している。

- [7] 大澤智興,第26回交通流と自己駆動粒子系シン ポジウム論文集,pp.55-58 (2020)
- [8] 大澤智興,信学技報, vol.122, no.280, NLP2022-61, pp.21-26 (2022)
- [9] C. Oosawa, J. Robot. Mechatron., Vol.35 No.4, pp. 918-921, (2023)
- [10] T. Sugi, H. Ito, M. Nishimura, K. H. Nagai, Nat. Commun. 10, 683 (2019)
- [11] T. Kano, K. Osuka, T. Kawakatsu, N. Matsui, A. Ishiguro, Proc. 14th Euro. Conf. Artif. Life(ECAL), pp.237-244 (2017)
- [12] https://www.youtube.com/watch?v=1doJowB9yc0

# 交差点を含む8の字経路におけるニューラルネットワーク走 行ロボットの対面自律走行

山形 周<sup>1</sup>, 古澤 昂弥<sup>1</sup>, 宮原 捷伍<sup>2</sup>, 佐々木 良介<sup>2</sup>, 世良田 竜平<sup>2</sup>, 本田 泰<sup>3</sup>

室蘭工業大学大学院 工学研究科 情報電子工学系専攻
 2 室蘭工業大学 理工学部 システム理化学科
 3 室蘭工業大学大学院 しくみ解明系領域

### 概要

本研究の目的はニューラルネットワークを用いた走行ロボットの自律走行による対面8の字自律 走行を実現およびその観測を通じて行動のための知能の原理を探求することである.8の字コー スの走行では,円形コースでは発生しないロボット同士の交差が観測できる.交差点においては, 直線的な追い越しや行き違いとは異なる知的行動が要求される.対面8の字自律走行を行うため に4つの走行方法を設定し,さらに片方が人間による操縦もう片方が自律走行の場合と両方自律 走行の場合で走行実験を行った.その結果,片方が人間による操縦の場合では左に回避する走行 方法,両方自律走行の場合では交差点で進行方向に回避する走行方法で最も平均離脱距離が長く なった.各走行方法の平均離脱距離と教師データの密度のグラフより,教師データ収集の走行方法 は,左側を走行するなどといった走行する部分を制限せず,細かく回避方法を設定するなど複雑な 条件を設定しないほうが良いと考えられる.

# Autonomous two-way traffic in a figure-eight route with an intersection by neural-network running robots

Shu Yamagata<sup>1</sup>, Takaya Furusawa<sup>1</sup>, Shogo Miyahara<sup>2</sup>, Ryosuke Sasaki<sup>2</sup>, Ryuhei Serata<sup>2</sup>, Yasushi Honda <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Division of Information and Electronic Engineering, Graduate school of Engineering, Muroran Instutute of Technology, Japan

<sup>2</sup> Department of Sciences and Informatics, Faculty of Science and Engineering, Muroran Institute of Technology, Japan

<sup>3</sup> College of Information and System, Muroran Institute of Technology, Japan

### Abstract

The purpose of this research is to realize face-to-face figure-of-eight self-driving robots using neural networks and explore the principles of intelligence for behavior through observation. When running on a figure-eight course, it is possible to observe robots crossing each other, which does not occur on a circular course. Intersections require intelligent behavior that is different from straight-line overtaking or passing each other. In order to perform face-to-face figure-ofeight autonomous driving, we set four driving methods, and one is operated by a human and the other is operated by a human. Driving experiments were conducted in the case of autonomous driving and in the case of both autonomous driving. As a result, the average breakaway distance was longest for the driving method in which one side was steered by a human, in which the vehicle evaded to the left, and in the case in which both vehicles were autonomous, the driving method in which the<sup>1</sup>vehicle evaded in the direction of travel at an intersection was the longest. From the graph of the average separation distance for each driving method and the density of training data, It is considered that the driving method should not set complicated conditions, such as not restricting the part of the road to be driven, such as driving on the left side of the road, and setting detailed avoidance methods.

# 1 はじめに

交通流は我々が日常的に観測することができる現 象である.対面歩行や交通渋滞といった集団行動は各 個体の相互作用により組織的に形成される動きであ るが,そのメカニズムは完全には解明されていない. 我々は集団行動の一つである対面走行に注目した.

先行研究 [1] では楕円コースでの対面自律走行が 可能であることが確認された.本研究ではカメラか ら得られた一次元画像データを入力としたニューラ ルネットワークを用いた自律走行により,8の字コー スで自律走行による対面走行が可能か確かめること を目的とする.8の字にする理由は,楕円や円形コー スでは観測できない90度の交差を観測できるため である.

# 2 ニューラルネットワーク

### 2.1 教師データの収集

本研究では走行ロボットに搭載されたカメラから 得られる画像データとモータの出力を教師データと して使用する. 画像データはそのまま利用せず, 2つ の処理を行う.

1つ目の処理は画像のトリミングである.本研究 で使用するカメラの解像度は 320(幅)×240(高さ)[px] であり,320×40[px] になるようにトリミングを行う. トリミングを行う理由は,壁の上は人間や実験場所 が映り,自律走行に意図しない影響を与える可能性 があるためである.図1はトリミング後のカメラから の画像である.2つ目の処理はトリミングした画像 のRGBの値を縦方向に足し合わせ,一次元画像デー タに圧縮することである.320×40[px] にトリミング した画像のRGBのピクセル値を縦方向に足し合わ せることで 960×1 のデータに変換する (図 2).この 一次元画像データとその瞬間の走行ロボットのモー タをペアで記録し教師データとして使用する.教師 データの収集は走行ロボットを人間が遠隔で操縦し 行う.



図 1: トリミング後の画像データ



### 2.2 教師データの学習

教師データの学習にはニューラルネットワークを 使用する.入力層のニューロン数は 960,中間層は 1 層でニューロン数は 1000,出力層のニューロン数は 2 とした.入力は一次元画像データ,出力は左右のモー タの出力値である.活性化関数は ReLU 関数を使用 し,最適化アルゴリズムを Adam とし,バッチ学習を 行った.

### 2.3 走行方法

本研究では対面自律走行を行うために,教師デー タ収集の際の走行方法を4種類設定した.

- 左側を走行する
- 2. 対面した際に左に回避する
- 3. 交差点以外では左に回避し, 交差点では進行方 向に回避する
- 4. 3の方法に加えて,対面した際に片方は停止し もう片方が回避する

停止している状態とは,走行ロボットのモータの出力 値が0に近い状態のことである.進行方向に回避す るとは,例えば図3の場合,左下の走行ロボットはピ ンクの内壁に進むために右に曲がる必要があり,右 上の走行ロボットは緑の内壁に進むために右に曲が る必要がある.そのためこの場合は両方が右に回避 する.場合によっては左に回避することもあるため, 進行方向に回避する場合は左右に回避するパターン が存在する.4の走行方法について,停止するロボッ トと回避するロボットは事前に決定し,固定する.ま た,図4のように90度で対面した場合は先に交差 点に進入した方が優先して通過する.



# **3** 走行実験

# 3.1 走行ロボットと走行コース

本研究では,図5のような8の字コースで走行実験 を行う.内壁の直径は80[cm],コースの幅は56[cm] である.外壁には青いテープ,内壁にはピンクと緑の テープを貼っている.これは教師データ収集と自律 走行の際に外壁と内壁を認識しやすくするためであ る.また,走行実験で用いる走行ロボットは図6であ り,カメラを1つ(図6の赤枠),モータを2つ(図6 の黄枠)搭載している.

走行実験では,2台の走行ロボットを用いて対面8 の字自律走行を行う.自律走行に用いるアルゴリズ ムは,先行研究で開発された,カメラからの一次元画 像データによるニューラルネットワークを用いた自 律走行アルゴリズムである.

教師データ収集の際はマウスを用いて走行ロボットを操縦する.マウスを動かした瞬間の画像とモータの出力を記録し教師データとする.



図 5: 使用する 8 の字コース

図 6: 使用する走 行ロボット

# 4 実験結果

本研究では2台の走行ロボットを使用して対面走 行を行った.対面自律走行は,片方は人間による操縦 でもう片方は自律走行の場合,そして2台が自律走行 の場合の2パターンで行った.片方が人間による操縦 の場合では,人間が操縦する走行ロボットを robotA, 自律走行の走行ロボットを robotB と名付けた.4つの走行方法でそれぞれ5回対面自律走行を行った.

図7と図9は左に回避する走行方法(2の走行方法)で,片方は人間片方は自律走行の場合と両方自律 走行の場合の対面走行の離脱距離<sup>1</sup>,図8と図10は 交差点で進行方向に回避する走行方法(3の走行方 法)で,片方は人間片方は自律走行の場合と両方自律 走行の場合の対面走行の離脱距離をまとめたグラフ である.このように4つの走行方法の離脱距離をグ ラフにし平均離脱距離を算出した(表1と表2).片 方は停止しもう片方が回避する走行方法では,回避 するロボットをrobotA,停止するロボットをrobotB とした.また,片方が人間の場合はrobotBの平均離 脱距離,両方自律走行の場合は2台の走行ロボット の平均離脱距離を本研究の実験結果とする.



図 7: 片方は人間 片方は自律走行で 左側に回避する走 行(2の走行方法) の離脱距離



図8:片方は人間片 方は自律走行で交 差点で進行方向に 回避する走行(3 の走行方法)の離 脱距離



図 9: 両方自律走 行で左側に回避す る走行 (2の走行 方法)の離脱距離



図 10: 両方自律走 行で交差点で進行 方向に回避する走 行 (3の走行方法) の離脱距離

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>本研究では8の字対面走行の際に壁に衝突して走行不能に なった場合,または8の字の経路から外れた場合に走行を中断し, 走行開始からそこまでの走行距離を離脱距離と呼ぶ

表 1: 片方は人間片方は自律走行の場合の平均離脱距離

走行方法	平均離脱距離 (m)
左側走行	5.57
左に回避	59.53
交差点で進行方向に回避	44.00
片方は停止もう片方は回避	10.03

表 2: 両方自律走行の場合の平均離脱距離

走行方法	平均離脱距離 (m)
左側走行	6.415
左に回避	10.267
交差点で進行方向に回避	17.134
片方は停止もう片方は回避	18.259

# 5 まとめ

本研究ではニューラルネットワーク走行ロボット を使用し,交差点を含む8の字経路における対面自律 走行を,片方は人間片方は自律走行の場合と両方自 律走行の場合で4種類の走行方法を設定して行った.

表1より,片方が人間片方が自律走行の場合では, 左に回避する走行方法が59.53[m]と平均離脱距離が 最も長く,左側走行の場合が最も短く5.57[m]となっ た.表2より,両方自律走行の場合では片方が停止す る方法が18.259[m]と最も長くなったが,停止する側 停止せず後ろに下がる動きが発生したため離脱距離 が長くなったと考えられる.そのため進行方向に回 避する方法の17.134[m]が最も長くなった結果とし て適切であると考えられる.よって本研究の結論と して,片方が人間片方が自律走行の場合で8の字対 面走行をするには左に回避する走行方法(2の走行 方法)が適しており,両方自律走行の場合で8の字対 面走行をするには進行方向に回避する走行方法(3 の走行方法)が適しているといえる.

# 6 考察

左側走行 (1の走行方法) は離脱距離が最も短く なった.これは走行する場所を制限した結果,教師デー タ収集の際に走行した部分から外れたときのデータ が無いため, 左側走行でなくなった場合に対応でき なかったためであると考えられる. 片方が停止する走 行方法 (4の走行方法) の場合では停止せずに後ろに 動いたが、マウスを動かしたときに教師データが収 集されるため停止した部分の教師データが無く、停 止するために速度を落としたときの教師データが反 映されたと考えられる.

図 11 は教師データ収集の際の走行時間と走行距 離の密度を表したグラフである. 横軸はデータ数を 走行時間で割った値, 縦軸はデータ数を走行距離で 割った値である. 平均離脱距離が最も長くなった左 に回避する走行方法と進行方向に回避する走行方法 は横軸が 4.0 から 4.7 の範囲, 縦軸が 14 から 17 の範 囲にあるため, 対面自律走行を行う教師データはこ の範囲内に収めることが適切であると考えられる.

今後の展望として行いたいことは, 画像データの 処理の方法を変更し情報量を増やすことである.本 研究では教師データに一次元画像データを使用した が,実験結果を見て, 対面自律走行を行うには情報量 が少ないのではないかと考えた.他の方法として挙 げられる方法として, 縦方向の圧縮に加えて横方向 にも圧縮する, 圧縮を行わず画像をそのまま使用す る方法があるので, 今後はそれらの方法を用いて実 験を行いたい.



# 参考文献

 [1] 李方正,山田将司,本田泰,画像認識ニューラル ネットワークによる複数ロボットの対面走行,第 34回自律分散システム・シンポジウム,(2021)

# アクティブ XY モデルにおけるトポロジカル欠陥の効果

### 井上 駿,湯川 諭

大阪大学大学院 理学研究科 宇宙地球科学専攻

#### 要旨

本研究では格子点上に固定された古典的な XY モデルと自由空間を動き回れる Vicsek モデルとの中間的 モデルとしてスピンの向きに自らを駆動して格子点上を動き回れるようにした「アクティブ XY モデル」 について考える. 古典 XY モデルではスピンがトポロジカル欠陥を示すが,本研究ではアクティブ XY モデルを用いてトポロジカル欠陥と自己駆動力との関係性について調べる. その結果,自己駆動力を大 きくすると粒子は +1 渦欠陥に凝集し, -1 渦欠陥は系に存在しにくいことが明らかとなった. 渦度につ いてのヒートマップと相分離の様子を比較することで,運動性誘起相分離(MIPS)とトポロジカル欠陥 の相関についても考察する.

# Effect of Topological Defects in Active-XY Model

### Shun Inoue, Satoshi Yukawa

Department of Earth and Space Science, Graduate School of Science, Osaka University

### Abstract

In this study, we introduce the active-XY model which is an intermediate model between the classical XY model with spins fixed on lattice points and the Vicsek model with spins traversing freely through space. This model allows spins to self-propel and navigate across lattice points according to their orientations. While the classical XY model is known for the emergence of topological defects, our research investigates the relations between topological defects and the self-propulsion mechanisms within the framework of the active-XY model. Our results show that as self-propulsion intensifies, particles increasingly aggregate at +1 vortex defects, while -1 vortex defects become less common in the system. By comparing the heatmap of vorticity and the behavior of phase separation, we also examine the relations between motility-induced phase separation (MIPS) and topological defects.

# 1 はじめに

鳥や魚の群れのように自らを駆動する要素の集団 はアクティブマターと呼ばれ、多様な協同現象を示 す.鳥や魚が「群れ」を作ることも一つの協同現象で あるが、特に近年では細胞集団がトポロジカル欠陥 と呼ばれる渦構造に集積する例 [1] など、アクティ ブマターの協同現象にはトポロジカル欠陥が重要な 役割を果たしていることがわかっている.

本研究では格子点上に固定された古典的な XY モ デル [2] と自由空間を動き回れる Vicsek モデル [3] の中間モデルとしてスピンの向きに自らを駆動して 格子点上を動き回れるようにしたアクティブ XY モ デルについて考える. 古典 XY モデルではトポロジ カル欠陥が現れるが, Vicsek モデルではトポロジカ ル欠陥が与える影響が明らかではない. 以上を踏ま え,アクティブ XY モデルでは排他性を仮定し,自 己駆動力とトポロジカル欠陥の関係性を調べる.

# 2 モデルの説明

スピン系のモデルとして知られる古典 XY モデル をアクティブ系に拡張する事を考える. 周囲と向き を揃える相互作用を反映したアクティブマターモデ ルとしては Vicsek モデルが有名であるが,古典 XY モデルも同様の相互作用を持つ.

### 2.1 古典 XY モデル

古典 XY モデルとは,スピンを2成分ベクトル で表したモデルである.スピンは2次元の単位ベク トルであり,格子点上に配置される.古典 XY モデ ルのエネルギーは以下の式で与えられ,アクティブ XY モデルにおいても同様の相互作用を用いる.

$$E = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (1)$$

ただし、〈*i*,*j*〉は最近接スピンを表し、*J* は相互作用 結合定数である.以下では *J* = 1.0 と固定する.こ のモデルは十分低温においてトポロジカル欠陥が現 れることでも知られている.

### 2.2 アクティブ XY モデル

周期境界条件のもとで古典 XY モデルから更にス ピンが格子点上を移動できるようにした単純なモデ ルを構築し,これをアクティブ XY モデルと呼ぶ. このモデルでは,粒子 (スピン)は各格子点上に存 在し,前後左右 4 方向へと確率的に移動ができる. 自己駆動力に対応する重み変数を  $\epsilon$  (0  $\leq \epsilon \leq 1$ )と し,その移動レートは自己駆動力  $\epsilon$  によって変化す る (図 1).さらに,斥力相互作用に対応する排他性 を仮定し,複数の粒子が同一格子点上を占有できな いとする.系の格子点の数 m = 3600と粒子数 n を用いて密度  $\rho = n/m$  と定義し,密度変化について も考える.排他性から,密度  $\rho = 1.0$ では古典 XY モデルと完全に一致する.以下では,古典 XY モデ ル ( $\rho = 1.0$ )において低温相に対応する T = 0.25と固定する.



図 1: 粒子の移動レート.スピンの向きに応じて移 動レートを自己駆動力 *ϵ* で変化させる.

# 3 結果と考察

### 3.1 シミュレーション結果

シミュレーションのスナップショットを図 2 にま とめる.自己駆動力  $\epsilon$ が大きくなると相分離(運動 性誘起相分離: MIPS)が起こる.また,密度  $\rho$ が 大きければより小さな  $\epsilon$ においても相分離する.相 分離を引き起こすのは自己駆動力  $\epsilon$ と排他性の効果 により、+1 渦欠陥が発生するとその欠陥部分に粒 子が集積するためだと考えられる.密度  $\rho$ と自己駆 動力  $\epsilon$ が大きければ大きいほど,より大きなクラス ターサイズに成長することが確認できる.

### **3.2** 渦度 N と自己駆動力 *c* 変化の関係

シミュレーション結果から、クラスター形成によ る相分離とトポロジカル欠陥には関連性があると考 えられる.古典 XY モデルでは +1 渦欠陥と -1 渦 欠陥は等確率で出現するが、アクティブ XY モデル では +1 渦欠陥の方が優先的に残る.これは +1 渦 欠陥を起点にクラスターが形成される一方で、-1 渦 欠陥は崩れやすいためであると考えられる.自己駆 動力が大きいと系に残る渦に偏りが発生すると予想 し、系に出現する渦の数について定量化を行う.以



図 2:  $\rho \geq \epsilon \delta$ 変化させた際のシミュレーションの スナップショット. 自己駆動力  $\epsilon \delta$ 大きくすると 相分離が起こる. (MIPS)

下では、系に発生した +1 渦の数を  $N_{+1}$ , -1 渦の 数を  $N_{-1}$ , 系の渦度として  $N = N_{+1} - N_{-1}$  と定義 する. 粒子密度  $\rho = 0.5$  と固定した時の自己駆動力  $\epsilon$  の変化と系に出現する渦度 N の関係を調べたもの が図 3 である. 一般に古典 XY モデルでは +1 渦欠 陥も -1 渦欠陥も等確率で出現する.  $\epsilon = 0.0$  はラン ダムに移動する XY モデルと捉えることができるた め、この場合も渦欠陥は等確率で出現する. 自己駆 動力  $\epsilon$  を大きくするにつれて +1 渦欠陥と -1 渦欠 陥の対称性が崩れ、+1 渦欠陥が残りやすいことが 定量的にも確認できた.

### **3.3 渦度** N と密度 ρ 変化の関係

次に、自己駆動力  $\epsilon$ の大きい状態において、粒子 密度  $\rho$  の変化と渦度 N の関係性を調べる.  $\epsilon = 1.0$ と固定した時の密度  $\rho$ の変化と系に出現する渦度 Nの関係を図 4 に示す. 粒子が存在しない  $\rho = 0.0$  と、 古典 XY モデルと一致する  $\rho = 1.0$  では、厳密に渦 度は N = 0 である. このことと図 4 から、粒子が存 在せず、したがって渦度も 0 である  $\rho = 0.0$  から粒 子数が増加するにつれて渦度 N も大きくなり、密度  $\rho$ が 1.0 に近づくと共に渦度 N は再び 0 へと落ち込 むことがわかる. つまり、渦度 N は密度  $\rho$  変化にお



図 3: 自己駆動力  $\epsilon$  と渦度 N の関係 ( $\rho = 0.5$ ).  $\epsilon = 0.0$  はランダムに移動する XY モデルであり,  $\epsilon$  を大きくすると自己駆動力の効果が現れる.初期 配置はランダムであり,渦度は平均的に 0. 渦度 のデータ点は 10step から始め, 100step ごとにプ ロットしている.赤線は N = 0 を示す. (10 サン プル平均)

いて最大値となるピークを持つ.

### **3.4** $\epsilon$ と $\rho$ 変化についてのヒートマップ

最後に,自己駆動力  $\epsilon$  の変化と粒子密度  $\rho$  の変化 についてヒートマップを作成した(図 5).自己駆動 力  $\epsilon$  を 0.25 刻みで 0 から 1 まで変化させ,粒子密 度  $\rho$  については 0.1 刻みで 0.1 から 0.9 まで変化さ せた.10 サンプルについて,安定状態に落ち着いた 5000step 以上での渦度 N の平均値を求め,密度  $\rho$ と自己駆動力  $\epsilon$  の変化に応じて色付けをしている.

自己駆動力  $\epsilon$  が小さければ +1 渦と -1 渦の発生 が等確率に近づくため N の平均値も0に近づく. そ して,  $\epsilon$  を大きくすれば渦度が正の渦度をとること が確認できる.しかし,特に高密度においては自己 駆動力を大きくすればするほど渦度 N が大きくな るわけではない.これは,高密度かつ自己駆動力の 大きな場合では最終的に巨大な一つのクラスターに なりやすいが,それらクラスターには渦度 +1 をと るものの他に,渦度0をとるものも存在するからで



図 4: 密度  $\rho$  と渦度 N の関係 ( $\epsilon = 1.0$ ).  $\rho = 0.0$ と  $\rho = 1.0$  では厳密に N = 0 である. 初期配置は ランダムであり, 渦度は平均的に 0. 渦度のデータ 点は 10step から始め, 100step ごとにプロットし ている. 赤線は N = 0 を示す. (10 サンプル平均)

ある. 高密度で渦度0のクラスターが出現すること は以下のように理解できる. 巨大なクラスターへの 成長過程では, 渦度 +1 のクラスター同士の衝突が 発生している. 高密度ではない場合に渦度 +1 のク ラスター同士が衝突する際には, 2 つのクラスター の間に1 つの -1 渦欠陥が発生するため, 衝突後は 渦度 +1 をとるようなより大きなクラスターが形成 される. 一方, 高密度では周期境界を跨いでしまう ために衝突するクラスター同士の間は 2 つ存在し, その両側において渦度 -1 が発生してしまうために 全体としては渦度0の大きなクラスターへと成長 する.

ここで,図2と図5とを比較する.図2では自己 駆動力  $\epsilon$  の値が小さくなるにつれて,高密度側での 相分離の様子が目立っていた.一方で,図5でも $\epsilon$ の値が小さくなるにつれて,渦度 N の最大値ピーク は高密度側にシフトする様子が確認できる.このこ とから,アクティブマターによる凝集(MIPS)とト ポロジカル欠陥の渦度 N のピークの分布には相関 があると考えられる.



図 5: 渦度 N に関するヒートマップ. steps ≥ 5000step について平均値を求めた. (10 サンプル 平均)

# 4 まとめ

本研究では、古典 XY モデルをアクティブ系に拡 張したモデルとしてアクティブ XY モデルについて 考えた.今回のモデルでは自己駆動力を大きくする とトポロジカル欠陥のうち +1 渦欠陥が優先的に残 り、相分離を引き起こす要因となっていることが明 らかとなった.また、自己駆動力を小さくすると渦 度のピークは高密度側へとシフトすることが確認で きた.このことと、高密度ではより小さな自己駆動 力でも相分離を引き起こすことから、渦度の分布と 相分離の分布とには相関があることが示唆された.

今後の課題として,自己駆動力が大きい場合での 超高密度(ρ≥0.8)における渦度の緩和過程につい て理解を深めたいと考えている.

### 参考文献

- K. Kawaguchi et al., Nature 545, 327-331(2017).
- [2] H. E. Stanley, Phys. Rev. Lett. **20**, 589(1968).
- [3] T. Vicsek et al., Phys. Rev. Lett. 75, 1226(1995).

# 高速道路実測データの機械学習による分析

### 只木進一

### 佐賀大学理工学部

### 概要

日本の高速道路では、およそ 2km 毎にインダクションループ計測器が設置され、流量と速度を計 測している。これらのデータの特徴を抽出することは、交通流モデルが再現すべき特性を定める うえで重要である。本研究では、これらのデータに対して機械学習によるクラスタリングを行っ た。その結果として、渋滞データを含む月のデータを自然な 3 つの状態への分類が行えること、 及びそのモデルを渋滞の少ない月のデータに対して適用することで、同様の分類が行えることを 示す。また、渋滞発生の前兆を捉える可能性についても議論する。

# Machine Learning Analyses of Observed Highway Traffic Data

### Shin-ichi TADAKI

Department of Information Science, Saga University

### Abstract

Japanese highways feature induction loop devices, spaced approximately every 2 kilometers, to monitor traffic flow and speed. Extracting the characteristics of these data is crucial for defining the features that traffic flow models should reproduce. This report employs a clustering method using machine learning for applying to those data. We show that the data containing traffic jams are reasonably classified into three clusters, and the trained model can also classify the data with few traffic jams into the same three clusters. Furthermore, the possibility for capturing early signs of traffic jams is discussed.

# 1 はじめに

日本の高速道路では、およそ 2km 毎に、インダク ションループ (induction loops) という計測器が埋 設されている。そこでは、通過する車両の数と速度 を計測している。筆者らは、東名高速道路のデータ を中心に、5 分間の通過車両数と平均速度のデータ を取得し、高速道路の車両の流れの全体像を把握す るために、データの分析を行ってきた [1, 2, 3]。例 えば、密度流量相関である基本図、速度と流量の時 系列、あるいは渋滞クラスタの空間的移動の分析等 を行い、その後の交通流モデル構築への手がかりを 与えてきた。

しかし、これまでの実測データ分析では、データ

の可視化を通じて、その特徴を定性的に記述するこ としか出来てこなかった。本研究では、これらの実 測データに対して機械学習を用いてデータ分析を行 い、その特徴を客観的に抽出することを試みる。そ れらの分析を通じて、交通流の状態を捉える指針を 得ることを目的とする。

今回用いるデータは、東名高速道路 172.65 キロポ スト上り車線において、1996 年に取得されたもので ある。この地点は、日本坂 PA の西にあたり、2 車線 の区間である。下流側 (東京側) には、長さ約 2.4km の日本坂トンネルがある。対象とするデータには、 走行車線と追越車線、それぞれにおける 5 分毎の流 量と平均速度が、時刻とともに記録されている。

# 2 K 平均法

K 平均法 (K-means method) は、データ空間内 の標本点を自動的にグループ (クラスタ) 分けする 機械学習の一手法である [4, 5]。ラベル付けなどの 事前のモデル訓練を必要としないことから、広く利 用されている。今回は、流量と速度が2車線分ある ことから、4次元空間に分布するデータをクラスタ に分ける。

K 平均法では、k 個の中心とデータの距離に応じ て、それぞれのクラスタへと分割する。つまり、k 個の中心点に対するボロノイ分割を行う。分類を繰 り返しながら、中心がクラスタ内データ点の重心と 合うように調整するところが特徴である。クラスタ 分割にはデータ点間のユークリッド距離を用いる。 そのため、今回は、4 つの指標をそれぞれの平均値 により規格化して分析する。

今回利用するデータの中には、データが連続して 欠落している部分があり、事故や工事等によると想 像できる。本研究では、一方の車線でも欠損値があ る時刻のデータを、データ分析から除いている。

なお、異なるkに対して、silhouette score を計算 することで、分割の質を評価し、適切なkを求める ことができる。

あるデータ点*i*の silhouette score *s*(*i*) は、その点 が属するクラスタ*A* に属する他のデータ点への平均 距離

$$a(i) = \langle d_{ij} \rangle, \ j \in A \setminus \{i\}$$
(1)

と、点*i*と最も近い他のクラスタ内の点*j*が属する クラスタ*B*の各点への平均距離

$$b(i) = \langle d_{ij} \rangle, \ j \in B \tag{2}$$

を用いて

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max(a(i), b(i))}$$
(3)

で定義する。この値は (-1,1) の範囲をとる。

# 3 分析結果

### 3.1 8月のデータ

今回分析するデータが観測された地点では、8月 には、はっきりした渋滞が毎日2回程度発生してい る。つまり、自由流から渋滞への転移をデータ分析 の観点から理解するのに適したデータである。この データをK平均法で分析することから始める。 図 1 は、各クラスタ内のデータ点の silhouette score の平均値  $\langle s(i) \rangle$  を、異なる k に対して表した ものである。k = 3のところで最大となることから、 k = 3が最もよい分類であることが分かる。



図 1: 各 k に対する silhouette score の平均



図 2:8月データの k = 3 とした基本図。左は追越 車線、右は走行車線。

k = 3 とした場合の分析結果を、基本図の形で示 したものが図 2 である。緑の点は、流量が少ない自 由流である。平均速度が高いことが、傾きの大きさ として現れている。流量の上限は、5 分間に概ね 100 台である。青の点は、流量が多い自由流である。平 均速度は、緑の点よりもやや低い。

赤の点は、密度とともに、流量が下がる渋滞流で ある。広い範囲にデータ点が分散しているが、一つ のクラスタに分類される。また、追越車線では、自 由流を表す青の点と渋滞流を表す赤の点の間は、き れいに分かれているように見える。一方、走行車線 では、二つの領域は連続的になっている。

流量時系列(図3)と速度時系列(図4)を見ると、 流量の多い自由流に対応する青の点で、時間ととも に平均速度が低下し、渋滞へと至る場合が多いこと が分かる。図5は、各クラスタ間の移動頻度を表し



図 3: 8 月の流量時系列。流量だけでは、赤の渋滞 発生は分からない。



図 4:8月の速度時系列。青い点で速度が低下し、 渋滞に至ることが分かる。

ている。流量の多い自由流から渋滞への転移が多い ことが分かる。従って、青の点に相当する状態の特 徴を分析することで、渋滞の前兆を捉えることがで きるであろう。

図 6 に、流量逆転の状況を示す。流量が多い自由 流 (青) と渋滞流 (赤) で、追越車線の流量が走行走 行車線の流量を超える、流量逆転が発生しているこ とが分かる。速度低下は追越車線への移動の誘因と なることから、速度と流量逆転には相関が現れる。 流量逆転も渋滞発生の前兆と捉えることができる。

# 3.2 他の月のデータ

当該観測点では、8月には毎日のように渋滞が発 生している。一方、他の月ではそれほど渋滞は発生 していない。渋滞の少ない例として2月のデータの 分析を行った。silhouette score は、*k* = 2 と *k* = 3 に対して、ほぼ同じ値となっている (図 7)。

*k* = 2 及び *k* = 3 の場合の基本図を図 8 及び 9 に 示す。渋滞流に相当するデータ点が少なく、まとま



図 5: クラスタ間の移動。"Jam"、"HighFree"、及 び"LowFree"は、渋滞、流量の多い自由流、流量 の少ない自由流をそれぞれ表す。



図 6: 流量逆転。横軸は走行車線の流量、縦軸は追い越車線の流量。

りとして認識されていない。*k* = 2 では流量によっ て、二つに分かれている。一方、*k* = 3 では、流量 によって、三つに分類される。つまり、自由流と渋 滞流を分離することが出来ていない。

# 4 予測

機械学習によるクラスタリングは、単にデータを 分類するだけではなく、訓練されたモデルを使って、 未知のデータをグループ分けすることができること が重要である。

8月のデータに対するクラスタリングは、従来の 交通流現象の理解を客観的に示すことに役立つもの であった。そこで、8月のデータで訓練したクラス タリングモデルが、2月のデータを分類する様子を 確認する。図 10に示すように、少ないデータ点で ある赤の点を、渋滞として分類し、8月と同様のク ラスタリングとなった。



図 7: 2月のデータの silhouette score。 $k = 2 \ge k = 3$  がほぼ同じとなっている。



図 8: 2月データの基本図。左は追越車線、右は走 行車線。k = 2の場合。

# 5 まとめ

最も単純はクラスタリング手法である K 平均法を 用いて、高速道路での実測データの分類を実施した。 渋滞データを十分に含む 8 月のデータでは、データ 点は、低流量の自由流、高流量の自由流、及び渋滞 流の三つに分類された。特に、高流量の自由流では、 速度低下が発生するとともに、追越車線の流量が走 行車線の流量を上回る。これらは、渋滞への前駆現 象の可能性がある。

しかし、総流量と平均速度に次元縮退しても同様 のクラスタリング結果となる。クラスタリングにお ける二車線路であることの効果の有無については、 更なる分析が必要である。

一方、渋滞データの少ない2月のデータは、単純 に流量による分類となり、渋滞データを取り出すこ とができなかった。しかし、渋滞が発生している8 月のデータで訓練すると、渋滞発生の少ない2月の データも、三つの状態への分類が可能となった。

また、今回の分析では時系列としての要素を含ん



図 9:2月データの基本図。左は追越車線、右は走 行車線。k = 3の場合。



図 10:8月のクラスタリングモデルを2月データ に適用した基本図。左は追越車線、右は走行車線。 3つのクラスタに分かれている。

でいない。時間変化の要素を取り入れたクラスタリ ングも、今後の課題である。

# 参考文献

- [1] 西成活裕,林幹久,「東名高速道路における交通 量資料集 I」, 交通流数理研究会 (1999).
- [2] S. Tadaki, K. Nishinari, M. Kikuchi, Y. Sugiyama, and S. Yukawa, J. Phys. Soc. Japan, **71** (2002) 2326.
- [3] S. Tadaki, K. Nishinari, M. Kikuchi, Y. Sugiyama, and S. Yukawa, Physica A 315 (2002) 156.
- [4] S. Lloyd, IEEE Transactions on Information Theory, 28 (1982) 129.
- [5] https://scikit-learn.org/stable/ modules/clustering.html#clustering

# 数値くりこみによる時間遅れを含む2階微分方程式解の安定性解析

# 本田 泰

室蘭工業大学 しくみ解明系領域

### 概要

一般的に,運動方程式やフィードバック制御システムなどに時間遅れが含まれると,その挙動は予測困難な場 合が多い.時間遅れがないと仮定すれば安定するシステムにおいても,不安定な挙動を示す場合がある.制御 理論においては伝達関数のパデ近似などを用いて,それは回避されるが,物理的描像は不明確である.

本研究では、時間遅れを含む2階微分方程式の解が、どのような性質をもつか、遷移行列の固有値を用いて、 繰り込みの手法によって安定性解析を行った。時間遅れを考慮した遷移行列の固有値によって、微分方程式の 係数を繰り込むことによって系が不安定になる領域の存在を示すことができた。また、シミュレーション結果 と比較することでその有効性を検討する。

# Stability analysis of a second order differential equation with time delay by a numerical renormalization

### Yasushi Honda

College of Information and System, Muroran Institute of Technology, Japan

### Abstract

Generally speaking, in the case where a time delay is included in an equation of motion or a feedback control system, it is impossible to expect the behavior in a simple manner. There is a possibility that the time delay brings an unstable state of the system that is stable without the time delay. In the control theory, the Padé approximation for the transfer function is used to analyze a system with a time delay. However it does not depict a physical picture.

In this study, we propose a renormalization for coefficients of a second order differential equation. An unstable region in coefficient space is exhibited by this renormalization method. The shape of the stable region is similar to that obtained by simulations for the same differential equation with the time delay.

# 1 はじめに

時間遅れを含まない2階微分方程式は容易に解くことが できる。1階微分の係数が負の場合,減衰あるいは減衰振 動する。

時間遅れを含む場合,解析的にこれを解くことはできない.現実の系はすべて時間遅れを含んでおり,数理モデル と現実が食い違う現象の根本的な理由の一つがここにある [1, 2, 3, 4].

本研究では、時間遅れを含む2階微分方程式の解が、ど のような安定性をもつか、行列形式と繰り込みの手法を用 いて解析する.時間遅れが存在するということは、微分方 程式の係数(ゲイン)が複素数になることと等価であるこ とが明らかになった。

遷移行列の固有値の実部が系の安定性を決める.その固 有値は微分方程式の係数によって与えられる.この係数そ のものが複素数となるため,固有値の実部も時間遅れの程 度に応じて修正が加わる.もとの微分方程式の係数が,時 間遅れがない場合に系を安定させると考えられる値であっ たとしても,時間遅れのくりこまれた係数は複素数である ため,固有値の実部は必ずしも系を安定させる値となると は限らない.

# 2 時間遅れのない2階微分方程式

時間遅れを含む微分方程式を扱うまえに,比較のために 時間遅れを含まないばあいについて遷移行列を用いた形式 を示す.

次のような微分方程式があるとする.

$$\ddot{x}(t) = -a\dot{x}(t) - bx(t) \tag{1}$$

*x* は角度や電流など, どのような物理量でもよい. また, 係 数 *a*,*b* は実数係数 (ゲイン) である.

$$\hat{A} \equiv \begin{pmatrix} -a & -b \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$
(2)

$$\vec{s} \equiv \begin{pmatrix} \dot{x} \\ x \end{pmatrix}$$
 (3)

と定義すると、(1)式は

$$\dot{\vec{s}} = \hat{A}\vec{s} \tag{4}$$

と書けるので, *s*は

$$\vec{s} = e^{At} \vec{s}_0 \tag{5}$$

というかたちをしていることが分かる. つまり  $\hat{A}$ の固有値  $\lambda$  が,振動や減衰・収束などの時間発展の様子を与えるこ とが分かる.

時刻 t が微少時間  $\Delta t$  だけ進むとき,式 (4) から  $\vec{s}$  は

$$\vec{s} + \Delta \vec{s} = \vec{s} + \Delta t \hat{A} \vec{s} \tag{6}$$

と時間発展していくが、これを

$$\vec{s}_{i+1} = \vec{s}_i + \Delta t \hat{A} \vec{s}_i \tag{7}$$

$$= (\hat{I} + \Delta t \hat{A})\vec{s}_i \tag{8}$$

と漸化式のかたちに書き直し,

$$\hat{T} \equiv \hat{I} + \Delta t \hat{A} \tag{9}$$

と定義すると, (6) 式は

$$\vec{s}_{i+1} = \hat{T}\vec{s}_i \tag{10}$$

という漸化式に書き表すことができる.

 $\hat{A}$ の固有値を $\lambda$ また, $\hat{T}$ の固有値を $\eta$ とすると,(9)式 から,

$$\lambda = \frac{\eta - 1}{\Delta t} \tag{11}$$

という関係がある.

遷移行列 Î の特性方程式

$$(\eta - 1)(\eta - 1 + \Delta ta) + \Delta t^2 b = 0$$
(12)

から,具体的にその固有値 $\eta$ をもとめる.もとめた $\eta$ と(11)式から,

$$\Lambda = -\frac{a}{2} \pm \frac{\sqrt{a^2 - 4b}}{2}$$
(13)

と求められる.他の方法を用いても同じ解がえられる.と くに新しい方法というわけではないが,後の節で時間遅れ が存在する場合と比較するためにここではあえてそれを示 した.

 $a^2 - 4b < 0$ の場合,角振動数 $\omega$ が

$$\omega \equiv \frac{\sqrt{|a^2 - 4b|}}{2} \tag{14}$$

の減衰振動 (a > 0) をすることがわかる.

# 3 時間遅れを含む微分方程式

時間遅れδが存在する場合の2階微分方程式は

$$\ddot{x}(t) = -a\dot{x}(t-\delta) - bx(t-\delta)$$
(15)

である.

 $\delta = 0.3$ とした場合のシミュレーション結果を図1に示 した.シミュレーション手法として修正オイラー法を用い た.a = 0.2の場合,時間が経過するに従って振幅が徐々



図 1: 時間遅れによる発散例 (左図: $\delta = 0.3, a = 0.2, b = 1$ ) と収束例 (右図:  $\delta = 0.3, a = 0.4, b = 1$ )

に大きくなっている. 振動の周期は約  $2\pi$  である. 初期速 度は v(0) = 1 であるから,時間が 2 周期ほど進む間に,速 度の最大値が約 2 倍に増幅している.

a > 0 であるから,この振る舞いは時間遅れがない場合 にはありえない現象である。十分に時間が経つと,この振 幅は非常に大きな値となり,フィードバック制御システム などにおいては致命的な結果をもたらす。

aの大きさが大きければ大きいほど、振動を減衰させる 効果がつよい. さらに aの値を大きくして、a = 0.4の場 合、あきらかに振動は減衰している. つまり a = 0.2 と a = 0.4の間に、振動の発散と減衰の臨界値が存在するこ である。ただし、2 次元行列  $\hat{A}_0, \hat{A}_1$ を とが分かる.

 $x \ge v = \dot{x}$ の初期値をそれぞれ $x(0) \ge \dot{x}(0)$ とすると、減 衰がない単振動の場合、すなわち $a = 0, \delta = 0$ の場合には

$$\{\omega x(t)\}^2 + \dot{x}^2(t) = \{\omega x(0)\}^2 + \dot{x}^2(0)$$
(16)

が成り立つ.  $a \neq 0$  の場合についても,  $r_{p}(t)$  を

$$r_{\rm p}(t) \equiv \{\omega x(t)\}^2 + \dot{x}^2(t)$$
 (17)

と定義すると、これは振幅の増幅もしくは減衰を表す。す なわち,

$$r_{\rm p}(t) \begin{cases} < r_{\rm p}(0) & \text{$\Xi$c} \\ > r_{\rm p}(0) & \text{$\Pi$g$c} \end{cases}$$
(18)

によって系の安定性を判定できる.

いま前のシミュレーションと同様に、初期状態として  $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1$ と選ぶと、 $r_{\rm p}(0) = 1$ であるので、 $r_{\rm p} < 1$ ならば減衰振動, r<sub>p</sub>>1ならば振幅が増大する不安定な振 動を意味する.

図 2 に a- $\delta$ 空間における,  $r_p$ の値を相図として示した. 図2には、a < 2に対して $t = 4 \times 2^{\frac{2\pi}{2}}$ の時の値を示した. By simulation for b=1



の相図 ( $b = 1, dt = 10^{-4}$ ). a < 2 に対して (14) 式の  $\omega$ を用いて  $t = 4 \times \frac{2\pi}{\omega}$  に対する  $r_{\rm P}$ .

白い領域は $r_p > 1$ すなわち不安定領域である。 $\delta < 0.7$ の領域では,δの値が大きくなるに連れて不安定領域が拡 大していることが分かる.いっぽう、 $\delta > 0.7$ の領域では、 aの値を大きくしても運動は安定しない。このδの臨界値 のことを $\delta_c$ と呼ぶことにする. b = 1の場合 $\delta_c \simeq 0.7$ で ある.

#### 係数への時間遅れの繰り込み 4

(15) 式を漸化式の形式で書くと,

$$\vec{s}_{i+1} = (I + \Delta t A_0) \vec{s}_i + \Delta t A_1 \vec{s}_{i-n}$$
(19)

$$\hat{A}_0 \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{20}$$

$$\hat{A}_1 \equiv \begin{pmatrix} -a & -b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(21)

と定義する.

また, nを

$$n \equiv \frac{\delta}{\Delta t} \tag{22}$$

と定義する。 $\delta$ は $\delta > 0$ の定数であるから、

$$n \to \infty \quad (\Delta t \to 0) \tag{23}$$

である。遷移行列の次元数が無限大となり、これが時間遅 れがある場合の安定性解析が困難な根本的理由である.

もちろん無限次元の行列はそのままでは取り扱えない。 n = 0は時間遅れなしの場合に相当する.n = 1の場合の 固有値 n は 4 × 4 の遷移行列に対する特性方程式を解くこ とで求めることができる.

 $\delta = \Delta t$ の場合,すなわちn = 1の場合,漸化式は

$$\begin{pmatrix} \vec{s}_{i+1} \\ \vec{s}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{I} + \Delta t \hat{A}_0 & \Delta t \hat{A}_1 \\ \hat{I} & \hat{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{s}_i \\ \vec{s}_{i-1} \end{pmatrix}$$
(24)

となる. この遷移行列の特性方程式は,

$$\det \begin{pmatrix} 1-\eta & 0 & -\Delta ta & -\Delta tb \\ \Delta t & 1-\eta & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\eta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\eta \end{pmatrix} = 0 \quad (25)$$
$$(\eta-1) \{\eta(\eta-1) + \Delta ta\} + \Delta t^2 b = 0 \quad (26)$$

この (26) 式の解を、特に  $\eta_s$  と書くことにする.  $a_{\rm r}, b_{\rm r} \epsilon$ 

$$a_{\rm r} \equiv \frac{a}{\eta_{\rm s}}, \quad b_{\rm r} \equiv \frac{b}{\eta_{\rm s}}$$
 (27)

と定義すると, (26) 式は

$$(\eta_{\rm s} - 1) \{ (\eta_{\rm s} - 1) + \Delta t a_{\rm r} \} + \Delta t^2 b_{\rm r} = 0 \qquad (28)$$

となる. このかたちは、時間遅れがない場合の特性方程式 (12) とまったく同じである. つまり, (27) のように係数 a, b を修正(繰り込み)することによって、時間遅れがない場 合と同様の形式で、時間遅れがある場合を定式化できた.

この繰り込まれた係数  $a_{\rm r}, b_{\rm r}$  を再び, (26) 式の係数とし て用いると、それは時間遅れ  $\delta = 2\Delta t$  の系の特性方程式 と等価とみなすことができる.

これを繰り返すことで、 $\delta = n\Delta t$ の特性方程式に対応する固有値を得ることができる.

例として $\delta = 0.3$ の場合を示す. つまり,  $\delta/2\pi \simeq 0.05$ の場合である. また  $\Delta t = 0.003$ , すなわち  $n = \delta/\Delta t = 100$ である.  $\Re(\lambda)$ の値を, aの関数として図示した (図 3). 約



a = 0.3 で正から負に移り変わっている. この結果はシミュ レーションによる結果と一致している.

このように得られた  $\Re(\lambda)$  の値をヒートマップとして, *a*δ 空間に示した (図 4). 白い領域は  $\Re(\lambda) > 0$  の領域であ



図 4: a-b 空間におりる  $\pi(\lambda)$  を用いた相因.  $(b = 1, \Delta t = 0.005)$  色付けされていない領域では系は不安定. 色付け されている領域で,系は安定する

る. すなわち,この領域では系は不安定となり,振動は発 散する.

a < 1の範囲では安定-不安定の境界線がシミュレーション結果 (図 2) とほぼ一致している. この境界線は a の増加 とともに非単調に変化しており,  $a \simeq 1.3$  で減少に転じて いることも,シミュレーション結果と一致している. これ は $\delta > 0.8$ の場合,時間遅れ系は必ず不安定になることを 示している. 系の固有振動周期は約  $2\pi$  であるから,時間 遅れが系の固有振動周期の約 10%よりも大きくなると,安 定化項のゲインを大きくしても安定化は起こらず,必ず系 は不安定となることを示している.

# 5 まとめ

時間遅れのある2階微分方程式で表される系の安定性を, 遷移行列の固有値で係数を連続的に繰り込むことで解析し た.シミュレーション結果の示す結果と定性的にも定量的 にもほぼ一致した結果が得られた. a>1の領域で若干の 両者の不一致がある.本研究ではシミュレーション手法と して修正オイラー法を用いたが,十分な計算精度が得られ ているか,より精度の高い手法と比較する必要がある.ま た,繰り込み法においても,n=100では十分に大きい値と は言えないかもしれない.今後の検討が必要な部分である.

時間遅れが系の固有振動周期の約10%よりも大きくなる と、安定化項のゲインを大きくしても安定化は起こらず、 必ず系は不安定となる。同時に、遷移行列の固有値を用い た繰り込みによって実数ゲインが複素数化し、系の不安定 性がもたらされるという明快な物理的描像を得ることがで きた。

物理現象が起こった真の時刻を知ることは不可能である ので、時間遅れの値を推測することも一般的には困難であ る.逆に本研究の結果によって安定一不安定の境界値が明 らかになったので、制御可能な時間遅れ値を変化させるこ とで系に内在する計測不能な固有の時間遅れを推測するこ とが可能になると考えられる.交通流や飛行ロボットなど 具体的なシステムにおいてそれらの値を推測することも非 常に興味深い課題である.

### 参考文献

- [1] 坂東,長谷部,中西,中山,交通流のシミュレーショ ンシンポジウム概要集 **3** 38-43 (1996).
- [2] 佐々木,本田,交通流のシミュレーションシンポジウム論文集, **19** 49-52 (2013).
- [3] 本田, 交通流のシミュレーションシンポジウム論文集,
   19 53-56 (2013).
- [4] RIMS 共同研究 (2023)「時間遅れ系と数理
   科学:理論と応用の新たな展開に向けて」
   https://sites.google.com/view/rims-delay-2023/

# アリ分業の反応閾値モデルに導入するべき 反応閾値の個体差と時間変化について

松浦竜也,島田尚

### 東京大学 工学系研究科 システム創成学専攻

### 概要

真社会性昆虫は、効率的な分業により集団として高い適応度を見せる。その分業の記述のために、 各個体が反応閾値と巣内のタスクに対応する刺激に応じてタスクに従事する、反応閾値モデルと 呼ばれるモデルが提唱されている。近年の大規模なデータを通じた検証から、反応閾値モデルを 再考する必要性が示唆された。本研究では、反応閾値モデルに反応閾値の個体差と時間変化とい う二つの拡張を導入したシミュレーションによって、先行研究で得られたアリの労働に関する振 る舞いを再現することができた。

# The effect of variety and temporal change of response thresholds in the model of the division of labor of ants

Tatsuya Matsuura, Takashi Shimada

Department of Systems Innovation Graduate School of Engineering The University of Tokyo

#### Abstract

One of the keys of the success of eusocial insects is their efficient division of labor. The response threshold model has been used to describe the mechanism of their division of labor. However, recent studies using a large set of activity data of ants showed the necessity to reconsider the simple modeling. In this study, we introduce individual and temporal variations to the conventional response threshold model. It is shown that this extended model reproduces the empirical results.

# 1 はじめに

アリやミツバチなどの真社会性昆虫は、不妊の階 層を含む複数の階層をもち、階層ごとに分業を行っ ている。その効率的な分業は,彼らの繁栄の大きな 理由の一つであると考えられている[1]。そのメカニ ズムを説明するため、固定反応閾値(FRT)モデルと いうモデルが提唱された[2]。FRTモデルはシンプ ルなモデルでありながら、アリの労働に関する振る 舞い[3]を定性的によく再現する有力なモデルとし て知られているが、大規模なデータを通じた検証は 十分に行われてこなかった。そこで山中らは大規模 データによる検証を行い、FRT モデルを再考する必 要性を示した [4]。本研究では、反応閾値モデルの閾 値に個体差と時間変化を導入したシミュレーション によって、従来の反応閾値モデルでは説明ができな い先行研究の労働分配と労働量の順位相関について の結果の再現を試みた。

### 1.1 先行研究

### 1.1.1 固定反応閾値 (FRT) モデル

FRT モデルでは、休止状態と活動状態の二つの状態が存在すると仮定する。各状態間の遷移は、以下

の式 (1) で与えられる活動を始める確率  $P_A$  と休止 する確率  $P_R = p$  (一定) によって記述される。

$$P_A = \frac{s(t)^2}{s(t)^2 + \theta^2}$$
(1)

ここで、s(t) は時刻 t におけるコロニーのストレス を、 $\theta$  は各アリの反応閾値を表している。なお、FRT モデルでは同じタスクに従事するアリの $\theta$  は同一で、 時間変化しないと仮定する。s(t)の時間発展は

$$s(t + \Delta t) = s(t) + \delta + \alpha_s \frac{N_A}{N}$$
(2)

で与えられる。ここで  $\delta$  は単位時間  $\Delta t$  で増加する ストレス、  $\alpha_s$  は 1 個体あたりが減少させるストレ ス、  $N_A$  は活動状態にある個体数、N はコロニーの 総個体数を表している。

### 1.1.2 データによる FRT モデルの検証

山中らは巣箱と餌場をチューブで繋ぎ、チップを つけたアリがチューブを通過した時刻を記録した大 規模データを用いて FRT モデルを検証した [4]。

まず、労働割合:

$$A(i,m) = \frac{d(i,m)}{\sum_{j}^{N} d(j,m)}$$
(3)

について検証を行った。ここで *d*(*i*,*m*) は 個体 *i* の *m* 日目の労働量(センサーの通過回数)である。

個体間での労働分配を検証するために、この労働 割合 A の累積分布:

$$P(a < A) = \frac{n(a < A(i,m))}{n(0 < A(i,m))} \qquad (0 < a \le 1) \quad (4)$$

を最もよく近似する関数を調べた。

さて、FRT モデルでは同じタスクに従事するアリ のθは同一であると仮定している。この仮定が正し



図 1: 反応閾値の分布が  $N(10, \sigma)$  の時の労働割合の累積分布 P(a < A)

表 1: 労働割合の累積分布の AIC

分布	$\sigma = 0$	$\sigma = 5$		
正規分布	-100282.8	-95414.0		
一般化ガンマ分布	-104995.6	-100636.8		

ければ労働割合の累積分布 *P*(*a* < *A*) は正規分布で 近似されると考えられるが、観測の結果、労働割合 の累積分布は一般化ガンマ分布で最もよく近似でき た。これは各個体の労働量には大きな偏りがあり、 労働が個体間で均等に分配されていないことを意味 している。

また、任意の2日間の労働量が非常に弱くなると いう仮説を、労働量のスピアマンの順位相関係数の 観測期間平均:

$$S_D^W = \frac{1}{T - D} \sum_{m=1}^{T - D} S_{m,m+D}^W$$
(5)

によって検証した。ただし、 $S^W_{m,m+D}$ は m 日目と m+D日目それぞれでの労働量の間のスピアマンの 順位相関係数、T は総観測期間である。この結果、  $S^W_1 \simeq 0.7$ であることがわかった。さらに、 $D \ge 2$ で  $S^W_D$ は半減期 30–45 日程度で緩やかに減衰すること がわかった。

これらの結果が、従来の FRT モデルの通り、反 応閾値θが一様かつ時間変化しないものであれば観 測されないものであったため、山中らは FRT モデ ルに拡張が必要だと主張した。

そこで我々は、

- 正規分布に従わない労働割合の累積分布
- 連続する2日間の労働量の高い順位相関
- *D* ≥ 2 での *S<sup>W</sup><sub>D</sub>* の緩やかな減衰

を再現するため、反応閾値モデルの閾値に個体差と 時間変化を導入したシミュレーションを行った。

# 2 個体差と時間変化を導入した 反応閾値モデル

### 2.1 モデルの説明

各シミュレーションにおいて、簡単のためにコロ ニーのストレス s(t) = 1 に固定している。活動を休 止する確率  $P_R = 0.05$  で共通である。先行研究と同 じく個体数  $N_{Total} = 150$ 、観測期間 T = 100 日と した。1 日あたりのタイムステップは 200 とした。



図 2: 反応閾値の分布が N(10,σ) の時の D 日離れ た 2 日間の労働量のスピアマンの順位相関係数の 平均 SW

### 2.2 反応閾値の個体差の効果

個体 i の反応閾値  $\theta_i & \epsilon & \theta_i \sim N(10, \sigma^2)$  によって与 える。 $\sigma$  は 0–5 で 0.5 刻みで変化させた。ここで、  $N(\mu, \sigma^2)$  は平均  $\mu$ 、標準偏差  $\sigma$  の正規分布を表す。

図1に得られた労働量の分布を示す。 $\sigma$ が増加す ると、わずかに労働配分に偏りが見られるが、形状 はほとんど変わっていないことが分かる。また、表1 に $\sigma = 0,5$ のときの労働割合分布を、正規分布と一 般化ガンマ分布でフィッティングした際の AIC をま とめる。先行研究では正規分布の AIC は -3868 程 度であるのに対し、一般化ガンマ分布では -9260 程 度であり、大きな差があった。しかし、シミュレー ションの結果ではどちらの分布でフィッティングを した時の AIC を比較しても先行研究ほどの大きな差 はないことから、 $\mu = 10$ の正規分布では  $\sigma$ を変え ても労働割合分布は再現できないことが分かる。

次に、図2に得られた  $S_D^W$  を示す。従来の FRT モ デルは $\sigma = 0$  の時に対応しているが、 $S_D^W$  は0 に近 い値になっていることがわかる。逆に $\sigma$ が大きくな る ( $\sigma = \mu/2$  程度)と、 $S_D^W$  は、先行研究に近い 0.6 付近となることを再現できた。また、 $\sigma$  の値によら ず  $S_D^W$  の減衰は観測できなかった。

なお、分布が2値分布、一様分布であるときも同 様の結果となった。

### 2.3 反応閾値の時間変化の効果

2.2 節のシミュレーションの結果、反応閾値に正 規分布を導入すると  $S_1^W$  の値が先行研究の値と近く なることがわかった。したがって、2.3 節では、反応 閾値に正規分布と時間変化を導入することで  $D \ge 2$ での  $S_D^W$  の減衰の再現を試みる。本研究では拡散的 な時間変化と、日齢に応じた時間変化を導入した。

### **2.3.1** 拡散的な時間変化

個体iの反応閾値 $\theta_i$ を以下のように与える。

$$\theta_i(0) \sim N(\mu, \sigma^2)$$
 (6)

$$\theta_i(t + \Delta t) = \theta_i(t) + \alpha \xi - \beta(\theta_i(t) - \mu) \quad (7)$$

なお、 $\xi \sim U(-1,1)$ である。式7で表される時間変 化の定常分布  $N(\mu, \sigma_{OU}^2)$ について、 $\sigma_{OU}^2 = \alpha^2/6\beta$ である。本研究では  $\mu = 10$  とし、 $\sigma = \sigma_{OU} = 5$  と なるような、5 通りの  $\alpha$  と  $\beta$  でシミュレーションを 行った。

図3(上)に得られた  $S_D^W$ を示す。反応閾値に拡 散的な時間変化を導入することで  $D \ge 2$  における  $S_D^W$ の緩やかな減少を再現することができた。また、 グラフから  $\alpha$  の値が大きくなると半減期が短くなる ことがわかる。

また、図3(下)に、順位相関の時間変化を、縦 軸を対数軸に変えてプロットしたものを示す。順位 相関が片対数グラフにおいて線形で減衰しているこ とから、拡散的な時間変化では順位相関が指数関数 的に減衰することが分かる。

なお、労働割合の累積分布の形状、 $S_1^W$  は  $\alpha$  の値 によらず、 2.2 節 で  $\mu = 10, \sigma = 5$  とした時とそれ ぞれ同じであった。これは、時間変化の定常分布が 常に  $N(10,5^2)$  となるようにしたことによる。

#### **2.3.2** 日齢に応じた時間変化

一般的に、アリは日齢が増えると、巣の中で行う タスク(卵の世話など)から巣の外で行うタスク(採 餌行動)へと従事するタスクの種類が変わることが 知られている[5]。先行研究で観測したのは採餌行動 であることから、本研究では日齢が増えると閾値が 小さくなるような時間変化を導入する。

個体iの反応閾値 $\theta_i$ を、逆関数法を用いて以下のように与える。

$$a_i(0) \sim U(0, L) \tag{8}$$

$$\theta_i(a_i(t)) = F^{-1}\left(\frac{L - a_i(t)}{L}\right) \tag{9}$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\mathbf{x} - \mu}{\sqrt{2\sigma^2}}\right) \right\}$$
(10)

ここで、 $a_i(t)$ は時刻 t における個体 iの日齢、Lはアリの寿命、erf は誤差関数を表している。なお、Lは一般的な働きアリの寿命である 365 日とした。



図 3: (上)反応閾値に拡散的な時間変化を導入した際の D 日離れた 2 日間の労働量のスピアマンの 順位相関係数の平均 S<sup>W</sup><sub>D</sub>、(下)S<sup>W</sup><sub>D</sub>の片対数軸で のプロット

反応閾値の分布のパラメタについては 2.3.1 節と同 様に、 $\mu = 10, \sigma = 5$  とした。

図4に得られた $S_D^W$ を示す。反応閾値に日齢に応じた時間変化を導入することでも $D \ge 2$ における $S_D^W$ の緩やかな減少を再現することができた。拡散的な時間変化の時とは異なり、順位相関は線形に近い減衰をしていることが分かる。

なお、労働割合の累積分布の形状、 $S_1^W$  は  $\alpha$  の値 によらず、 2.2 節 で  $\mu = 10, \sigma = 5$  とした時とそれ ぞれ同じであった。これは、時間変化の定常分布が 常に  $N(10, 5^2)$  となるようにしたことによる。

# 3 結論と今後の課題

本研究では、反応閾値モデルに反応閾値の個体差 と時間変化を導入したシミュレーションを行なった。 シミュレーションの結果より、労働割合の累積分布に ついては、µ = 10の正規分布では再現できなかった。

順位相関については、 $S_D^W(1) \simeq 0.7$ の再現には、 反応閾値が大きな幅をもって分布する必要があるこ とがわかった。また、 $S_D^W$ の緩やかな減少の再現に は反応閾値の時間変化が必要であり、時間変化の与 え方によって順位相関の時間的な減衰の特徴が変わ ることがわかった。



今後の課題として、労働割合分布と労働量の順位 相関を同時に再現するような分布について議論する 必要がある。μ = 10の正規分布では、σの値によら ず、労働割合分布を再現できなかった。先行研究で 得られた労働割合分布はより労働分配が偏っている ため、反応閾値の分布に正規分布よりも裾が重い分 布などを導入することで先行研究の結果をよく再現 するような分布を見つけることを試みる。

次に、*s*(*t*) を時間変化させることが考えられる。 これまで、ストレスの変化に比べて各個体の反応速 度は十分に早いと考え、*s*(*t*) を定数に固定してきた。 しかし、*s*(*t*) は反応閾値モデルにおける唯一の相互 作用を記述する要素であるため、*s*(*t*) が時間的に一 定で無くなった時に、固定している時と比べてどのよ うな差が生じるかを調べる必要があると考えられる。

また、本研究では先行研究に倣い *P<sub>R</sub>* は個体によ らず時間的にも一定であると仮定したが、*P<sub>A</sub>* と同 様に個体差がある場合や、タスクや日齢への依存性 がある場合についても考える必要がある。

# 参考文献

- Gene E. Robinson, Annual review of entomology 37.1, 637-665 (1992).
- [2] E. Bonabeau *et al.*, J. theor. Biol. 215, 481-489 (2002).
- [3] E. O. Wilson, Behavioral Ecology and Sociobiology, 16, 89-98 (1984).
- [4] O. Yamanaka *et al.*, Scientific Reports, 9, 8845 (2019).
- [5] D. P. Mersch *et al.*, Science, 340.6136, 1090-1093 (2013).

# 細胞間接触が誘発する単距離秩序のゆらぐ細胞集団運動

### 松下勝義,新垣大幸,藤本仰一

広島大学 数理生命科学プログラム

### 概要

細胞の集団運動では他の細胞を認識して運動することでその運動を秩序化する. その中に細胞が 他の細胞と接触した際に応答して運動する様式があり, 接触誘発と本稿では呼ぶ. この様式では 別の様式である相互誘導において起きる運動秩序化を抑制する短距離秩序が現れる. 本研究では この短距離秩序の理解ため, 比較的小さいシステムサイズでの有限サイズ効果を利用することを 試みた. 特にそのような有限サイズ効果は運動維持性の影響を受けるためその維持性への依存性 を調べた. その結果, 運動の秩序が空間的に生まれるものの時間的に大きく揺らぎ続ける状態が 現れることが判った.

# Fluctuating Collective Cell Motion with Short-Range Order due to Contact Triggering

### Katsuyoshi Matsushita, Taiko Arakaki, Koichi Fujimoto

Program of Mathematical and Life Sciences, Hiroshima University

#### Abstract

Cells utilize their response behavior to mutual contacts to order their motion in their collective movement. Typical response behavior is that the simple mechanical cell contact triggers the motion of the cell. We call this behavior contact triggering. This behavior makes the state have an ordered motion in a short range, which results in the relative instability of the collective movement in comparison with other known behaviors. We investigate this state in a model cell system by using a finite size effect at a small system size. In particular, since the effect is empirically known to depend strongly on the response time of cell polarity in other response behaviors, we examine this dependence in this system. The simulation of this system shows the emergence of motion ordering and large directional fluctuation of the motion.

# 1 Introduction

Collective movement of cells contributes to organ formation in various biological systems. In the movement, cells mechanically contact each other and show motion ordering. The intercellular interaction for the ordering uses molecular binding bridges between membranes. The binding molecules consist of two types, receptors and ligands [1]. The reception of ligands by receptors drives the motion of the cell that has the receptors. The direction of motion reflects the spatial distribution of these molecules localizing on the cell membrane of edges. Namely, the distributions are a determinant factor for directional changes in cellular motion. This distribution determines the spatial inversion symmetry of the cellular interaction by forming the so-called "cell polarity". The symmetry is expected to contribute to the stability of the ordered motion on the basis of the insights into the active matter physics [2]. Therefore, the molecular distribution is naturally expected to determine the motion ordering.

In the typical spatial distribution, receptors concentrate on one side of the cells and determine the direction of cell motion [3-5]. The distribution due to this one-side concentration is a typical cell polarity for moving cells, and we call this polar distribution. Another type of binding molecule, ligands, can have a variety of their distribution. For example, in the case of homophilic adhesion, a ligand is identical to the receptor and, trivially, has the same polar distribution in the same cell [6]. Another possible ligand distribution is uniform when the ligand differs from the receptor. We call the mechanism of motion ordering due to polar distribution "mutual guiding". We call that due to uniform distribution "contact triggering". In the former mechanism, the cell can inform surrounding cells of its direction through the direction of the polar distribution of the ligand [7]. In contrast, in the latter case, the cell cannot inform surrounding cells of their direction of motion because of no particular direction in the ligand distribution [8]. The dependence of motion ordering in these two mechanisms is not well clarified.

Our previous work focusing on this dependence showed a relative instability of motion order for the contact triggering [9]. The work calculated the order parameter of the direction of the receptor polar distribution with increasing the driving force. It showed that the increase of the order parameter with the driving force is relatively weak in the contact triggering in contrast to the mutual guiding. This realativly-weak increase in the case of contact triggering implies that the information through the polar distribution of ligands is not necessary but effective for motion ordering. As the explanation of the relatively weak increase, we speculated that the domain of ordered motion in this state remains only in a particularly short range. The examination of this speculation is a crucial issue for us to understand the instability of the ordered motion due to contact triggering.

In the present paper, we investigate the state with ordered motions due to the contact-triggering in order to understand the instability of collective movement. The effects of ordered motions in a short range are invisible based on the order parameter in the simulation of a large system size because the contribution of the domains of the ordered motion to the order parameter is expected to cancel each other. To avoid this invisibility, we consider a small-size system where the domains of ordered motion do not cancel in the contribution to the order parameter. The stability of short-range order in small system sizes is empirically expected to depend on the response time scale of receptor cell polarity  $\tau$  [10]. Therefore, we calculate the dependence of the order parameter on  $\tau$  by using the cellular Potts model [11]. We find that the state has a large directional fluctuation of ordered motion over the small system size. This existence of the highly fluctuating direction may be the origin of the relatively weakened cell movement in contacttriggering.

### 2 Model

Our model is a variant of the cellular Potts model [11]. The model is formulated on a two-dimensional square lattice with a linear size L. The lattice axes of the square lattice are set in the x and y directions. We set the system size L at 96, which is

smaller than that in previous work  $(L \ge 192)$  [9]. As shown later, this small size enables the model cells to stabilize an ordered motion over the system, which is not easily observed in the previous work.

The states in this model consist of the set of Potts states  $m(\mathbf{r})$  at the square lattice points and the set of a pair of a unit vector  $\mathbf{p}_n$  and a center position of cells  $\mathbf{R}_n$  for each *n*th Potts state. The former set expresses the cell configuration, and the latter pair expresses the directions of polar distribution for receptors of *n*th cells. The state  $m(\mathbf{r})$  at  $\mathbf{r}$  represents the cell index occupying  $\mathbf{r}$  and takes a number from 0 to the number of cells N = 144. Thus, the domain of  $m(\mathbf{r}) = n$  expresses the shape of *n*th cell. Exceptionally, m(r) = 0 represents the empty space at  $\mathbf{r}$ .

The dynamics of the Potts state is defined as a stochastic copy process with given Hamiltonian  $\mathcal{H}(s)$ , where s is a state consisting of  $\{m(\mathbf{r})\},\$  $\{(\boldsymbol{p}_n, \boldsymbol{R}_n)\}$ . For each copy process, a copy to a randomly chosen site r from its randomly chosen neighboring site r' is accepted by the Metropolis probability  $\min[P(s_a)/P(s_b), 1]$ . Here, the neighboring sites consist of the nearest and next nearest sites.  $s_a$  and  $s_b$  are the states after copy and before copy, respectively. P(s) is the realization probability given by the Boltzmann weight  $\exp[-\beta \mathcal{H}(s)]$ , with a strength of cell shape fluctuation  $\beta = 0.5$ .  $16L^2$  copies constitute 1 Monte Carlo step, which is the unit of time. The Monte Carlo steps generate consecutive state series. For each interval between two Monte Carlo step,  $p_n$  is updated by [5, 12, 13]

$$\dot{\boldsymbol{p}}_n = \frac{1}{a\tau} \hat{P}_{\perp \boldsymbol{p}_n} \dot{\boldsymbol{R}}_n. \tag{1}$$

Here,  $\hat{P}_{\perp} p_n$  is a projecton operator in the perpendicular direction to  $p_n$ . The *a* is lattice constant and set to unity.  $\tau$  is the response time scale ratio of  $\dot{p}_n$  to  $\dot{R}_m$ . The dependence of the state on  $\tau$  is examined for motion ordering. The equation is solved by the Euler method with a time difference of 1 Monte Carlo step.  $R_n$  is also updated to the center of mass of the *n*th cell.

The Hamiltonian  $\mathcal{H}$  is the sum of adhesion part  $\mathcal{H}_a$ , the area stiffness part  $\mathcal{H}_s$ , and the driving part  $\mathcal{H}_d$ ,

$$\mathcal{H}_{a} = \sum_{\boldsymbol{rr}'} \eta_{m(\boldsymbol{r})m(\boldsymbol{r}')} \gamma(m(\boldsymbol{r})m(\boldsymbol{r}')), \qquad (2)$$

$$\mathcal{H}_s = \kappa A \sum_m (1 - \frac{\sum_{\boldsymbol{r}} \delta_{m(\boldsymbol{r})m}}{A})^2 \qquad (3)$$

$$\mathcal{H}_d = -\delta \sum_{\boldsymbol{rr'}} \eta_{m(\boldsymbol{r})m(\boldsymbol{r'})}(\boldsymbol{p}_m(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{e}_m). \tag{4}$$

Here,  $\eta_{kl} = 1 - \delta_{kl}$  is the indicator of Potts state domain boundaries and  $\delta_{kl}$  is the Kronecker delta. The surface tension  $\gamma(kl)$  takes 4.0 when the boundary is cell-cell one, namely,  $k \neq 0$  and  $l \neq 0$ . Otherwise, it takes unity.  $\kappa$  and A are the area modulus and the reference area of a cell.  $\delta$  is the driving force due to contact triggering and is set to 0.2. In the case of  $\delta = 0.2$ , cell motions were observed in the previous work [9].  $e_n(\mathbf{r})$  is  $(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n)/|\mathbf{r} - \mathbf{R}_n|$ .

We obtain a relaxation state from an array of cells with random  $\{p_n\}$  through the 10<sup>5</sup> Monte Carlo steps. Then, we calculate the order parameter [14]

$$\boldsymbol{P}(t) = \frac{1}{N} \sum_{n} \boldsymbol{p}_{n}(t).$$
 (5)

Here, we observe this value during  $T = 10^5$  Monte Carlo steps. By P, we examine the existence of the ordered state.

### 3 Result

To examine a typical behavior of  $\boldsymbol{P}$ , we plot the components of  $\boldsymbol{P}$ , namely  $P_x$  and  $P_y$  in Fig. 1. In this data, the response time of  $\{\boldsymbol{p}_n\}, \tau$ , is set to 4.0. The components of  $\boldsymbol{P}$  highly fluctuate in the simulation. This type of fluctuation is not observed in the case of the mutual guiding mechanism when an ordered motion exists [9]. In addition, the components frequently take values near unity. Therefore, the cell motions form an ordered state, at least for a short time. In contrast to the mutual guiding, intrinsic fluctuation emerges even in the ordered motion in the contact triggering.

This state with the fluctuation is similar to a transition state from solid to fluid states with increasing driving force in the case of self-propelled cells [10]. Therefore, one possible origin of this state is a transition from solid to fluid. We plot it in the same figure to confirm the absence of fluctuation in the absolute value |P| due to the transition. As expected, the value of |P| is almost a constant value near unity, and therefore, the motion direction nearly exhibits a spatially ordered state over cells. The spatial order of motion direction in this state is a similar property of the transition state of self-propelled cells. This similar property may imply that the origin of the fluctuation is the transition from solid to fluid.

In examining the transition state, we also recall that the destabilization effect of the direction of P originates from the short response time [15]. The effect of short response time may be another possible origin of this fluctuating short-range state. To check the possibility of the effect of short response time  $\tau$ , we calculate the time average value of the order parameter

$$P(\tau) = \left| \frac{1}{T} \int_{T} dt \boldsymbol{P}(t) \right| \tag{6}$$

as a function of  $\tau$ . We plot  $P(\tau)$  in Fig. 2.  $P(\tau)$ in response times shorter than 2 are much lower values and indicate the fluctuating state similar to the state previously observed in the case of selfpropelled states [10, 15]. In contrast, the order parameter remains finite for the larger value of  $\tau$ .



Fig. 1: Components of order parameters  $P_x(t)$ ,  $P_y(t)$  and absolute value of the order parameter  $|\mathbf{P}(t)|$  as a function of Monte Carlo steps t. The origin of time is the end step of the relaxation simulation.

These finite values of the order parameter indicate the emergence of states distinct from that under the effect of a short response time. This state is expected to correspond to the fluctuating state for  $\tau = 4.0$  in Fig. 1. The fluctuated characteristics seem to be observed as the non-systematic dependence of  $P(\tau)$  on  $\tau$ . These results indicate that the fluctuating state does not originate from the short response time at least but from the emergence of the ordered motion in a short range with intrinsic fluctuation.

We also plot the collective velocity  $v(\tau)$  as a function of  $\tau$ 

$$v(\tau) = \left| \frac{1}{TN} \int_{T} dt \sum_{n} \boldsymbol{d}_{n}(t) \right|, \qquad (7)$$

to confirm the contribution of the short-range order state to the collective movement. Here,  $d_n(t)$  is the displacement per Monte Carlo step for the *n*th cell. In Fig. 2, the dependence of  $v(\tau)$  on  $\tau$  is consistent with that of  $P(\tau)$  and, hence, the non-systematic behavior is also observed in  $v(\tau)$ . Therefore, the short-range order reflected in  $P(\tau)$  mainly determines the collective velocity in this collective movement.

# 4 Discussions and Remarks

The present work investigates ordered cell motions in short range with contact-triggering. We find a large directional fluctuation of ordered motion in a small system size, which is not observed for a large system size in previous work [9]. The domains of the motion order with directional fluctuation in the large system size are expected to have different directions of motion and, thereby, cancel each other in the contribution to the order



Fig. 2:  $P(\tau)$  as a function of the time ratio  $\tau$  proportional to the response time.

parameter. The observation of the directional fluctuation implies that the emergence of the direction fluctuation is the origin of the relative instability of the collective movement for contact triggering in contrast with mutual guiding. The fluctuation is expected to result from the transition state from solid to fluid.

The comparison of this state with states in other systems may provide additional insights into this state. The fluctuation in this state is not observed so far in the states of mutually guiding cells[7, 16, 17]. Moreover, the comparison with the mutual guiding indicates that the information transfer of the motion direction through the polarized ligand distribution contributes to the stability of the collective movement. In fact, the mutual guiding in the small system size does not show the non-systematic dependence of  $P(\tau)$  (not shown here).

The physical mechanism originating the difference in the stability between contact-triggering and mutual guiding is not fully understood yet. The hint for us to approach the difference may be the previous observation of cell array formation in the case of the mutual guiding [13]. The array formation is expected to correlate highly with the alignment of the cellular motion direction. Furthermore, the array formation is not expected for contacttriggering. From these hints, we hypothesize that the stability difference between these mechanisms may originate from the difference between cell configurations. Namely the cell array formation inhibits the fluctuating transition state in the case of the mutual guiding.

Now, the large system-size simulations do not provide evidence for the array formation of mutual guiding. The observation difficulty of this array originates from the visible condition that the arrays are only observable for marginal cell densities between individual and collective movements [13]. Instead of directly observing these arrays, we speculate that the array formation is observable in a finite-size effect of a small-size system, the size of which is comparable with the array size. If this speculation is true, a small-size simulation may be effective in the observation of these arrays. We should examine in the future to solve this mechanism of stability difference.

We thank Š. Yabunaka, H. Kuwayama, H. Hashimura, M. Matsumoto, M. Sawada, and K. Sawamoto for providing various relative knowledge. We also thank M. Kikuchi and H. Yoshino for their support with the research resources. This work was supported by JSPS KAKENHI (Grant Number 19K03770, 23K03342) and AMED (Grant Number JP19gm1210007).

### References

- U. S. Schwarz and S. A. Safran, Rev. Mod. Phys. 85, 1327 (2013).
- [2] M. C. Marchetti, J. F. Joanny, S. Ramaswamy, T. B. Liverpool, J. Prost, M. Rao, and R. A. Simha, Rev. Mod. Phys. 85, 1143 (2013).
- [3] J. C. Coates and A. J. Harwood, J. Cell Sci. 114, 4349 (2001).
- [4] C.-H. Siu, T. J. C. Harris, and E. W. Jun Wang, Semin. Cell. Dev. Biol. 15, 633 (2004).
- [5] B. Szabó, G. J. Szollosi, B. Gonci, Z. Juranyi, D. Selmeczi, and T. Vicsek, Phys. Rev. E 74, 061908 (2006).
- [6] M. Takeichi, Nat. Rev. Mol. Cell. Biol. 15, 397 (2014).
- [7] K. Matsushita, Phys. Rev. E **97**, 042413 (2018).
- [8] K. Matsushita, T. Arakaki, N. Kamamoto, M. Sudo, and K. Fujimoto, Sympo. Traffic Flow Self-driven Particles 28, 5 (2023).
- [9] K. Matsushita, T. Arakaki, M. Sudo, N. Kamamoto, and K. Fujimoto, in Ann. Meeting of JPS (2023) pp. 22pPSM–28.
- [10] K. Matsushita, S. Yabunaka, and K. Fujimoto, J. Phys. Soc. Jpn. **90**, 054801 (2021).
- [11] F. Graner and J. A. Glazier, Phys. Rev. Lett. 69, 2013 (1992).
- [12] A. J. Kabla, J. R. Soc. Interface 9, 3268 (2012).
- [13] K. Matsushita, Phys. Rev. E **95**, 032415 (2017).
- [14] T. Vicsek, A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen, and O. Shochet, Phys. Rev. Lett. **75**, 1226 (1995).
- [15] K. Matsushita, K. Horibe, N. Kamamoto, and K. Fujimoto, J. Phys. Soc. Jpn. 88, 103801 (2019).
- [16] K. Matsushita, Phys. Rev. E 101, 052410 (2020).
- [17] K. Matsushita, H. Hashimura, H. Kuwayama, and K. Fujimoto, J. Phys. Soc. Jpn **91**, 054802 (2022).

# Bak-Sneppen 的板モデルによる株式市場の臨界性の再考

### 南雲将太1,島田尚1,2

<sup>1</sup>東京大学大学院工学系研究科システム創成学専攻 <sup>2</sup>東京大学数理・情報教育研究センター

### 概要

株価の変動はべき分布に従うことが知られているが、このような臨界性を示すための条件はなんだろうか.今回、生物種の共進化系における自己組織的臨界現象(SOC)を説明した Bak-Sneppen モデルをベースとして、指値板のモデルを構築した.その結果、注文のキャンセル率が小さい場 合に、指値板の注文分布が臨界状態へと自発的に変化することが明らかになった.

# Reconsideration of criticality in stock market using Bak-Sneppen-like order book model

# Shota Nagumo<sup>1</sup>, Takashi Shimada<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Department of Systems Innovation, Graduate School of Engineering, The University of Tokyo
<sup>2</sup> Mathematics and Informatics Center, The University of Tokyo

### Abstract

The fluctuations in stock prices are known to follow a power-law distribution, but what conditions lead to the criticality? In this study, a limit order model was constructed based on the Bak-Sneppen model, which explained a self-organized criticality (SOC) in coevolutionary system of biological species. The results revealed that the order distribution of the limit book becomes the critical state spontaneously when the cancellation rate of orders is small.

# 1 はじめに

株価の変動は正規分布ではなくべき分布に従うこ とが知られており,株式市場では極端に大きい株価 の騰落が時に発生する [1]. この株価の変動のべき 乗則は,投資戦略を持たない投資家と指値板のみを 実装したシンプルなモデルである,Maslov モデル によって再現されている [2].従って,現実の株式市 場における臨界性は,投資家の戦略ではなく,指値 板における取引ルールそのものに起因して引き起こ される可能性を示唆する.他方,指値注文や成行注 文,注文のキャンセルなど複数存在する取引ルール のうち,どの要素が臨界性の主因となっているのか は,必ずしも明らかでない.

本研究では、株価の臨界性を引き起こす条件を特

定するため、Maslov モデルをさらに簡略化する. そ の際、生物種の共進化系における SOC を説明した Bak-Sneppen モデルの平均場近似モデル [3] と指値 板のアナロジーに着目し、指値板に応用する.

# 2 モデル

### **2.1** 現実の株式市場

指値板のモデル化にあたり,現実の株式市場にお ける注文や約定のルール,指値板について概説する. まず指値注文とは,価格を指定して売り買いいずれ かの側に発注される注文である.約定されるまでの 間,指値注文は指値板という注文リストに掲載され る.指値板上の注文のうち,売りであれば最も安い 注文(best ask)から,買いであれば最も高い注文 (best bid)から順々に約定され,指値板から消えていく.指値板上の注文は約定を待たずにキャンセルされることもある.指値注文とは別の注文方法として,成行注文という,価格を指定せず指値板上の指値注文と即座に約定させる方法もある.

### 2.2 Maslov モデル

Maslov モデルは、前述の現実の株式市場におけ る注文や約定のルール、指値板をモデル化したもの である. Maslov モデルでは、投資家は売り買いの選 択の他、指値注文と成行注文の選択を確率的に行う. ある時点での約定価格を X としたとき、売り指値注 文の価格は一様分布  $U(X, X + \Delta)$  に、買い指値注 文の価格は一様分布  $U(X - \Delta, X)$  にそれぞれ独立 に従うとする.

### 2.3 Bak-Sneppen 的板モデル

Bak-Sneppen モデルの平均場近似モデルでは,環 境への適応度が最も低い種とランダムに選んだ種を 選択した上,それらの種の適応度を確率的に振り直 し,これを進化と見做す.ここで,「適応度が最も低 い種の選択」と「best ask と best bid の約定」,「ラ ンダムに選んだ種の選択」と「キャンセル」,「進化」 と「指値注文」の間のアナロジーに着目し,指値板 を以下の通りモデル化する.

- 指値板に売り注文 N 個,買い注文 N 個を初期 配置する.それぞれの価格は一様分布(売りは U(0,Δ),買いはU(-Δ,0))に従って独立に決 定する.
- 確率 1/2 で best ask の注文を, 確率 1/2 で best bid の注文を約定させ, 指値板から消す. 約定し た注文の価格を市場の現在価格 X と定義する.
- 2. 指値板に残った注文をそれぞれ確率 c でランダ ムにキャンセルし,指値板から消す.
- 3. 1 と 2 で消えた売りの注文数と同数の指値注文 を、売りの指値板へ新規に入れる. それぞれの 価格は一様分布  $U(X, X + \Delta)$  に従って独立に 決定する. 買い側も同様のルールで注文を補充 し、それぞれの価格は一様分布  $U(X - \Delta, X)$ に従って独立に決定する.
- 4. 時刻を1カウントアップして、1へ戻る.

本モデルは、Maslov モデルにおける指値注文の 価格の決定方法を踏襲している.他方、本モデルは、 Maslov モデルにおける成行注文と指値注文の確率的



選択という要素を排除し、売り側・買い側それぞれ で注文数が一定に保存された設定となっている.な お、売り買いそれぞれの注文数はN = 100とした. また、 $\Delta = 0.5$ とした.

# 3 結果

# 3.1 注文分布

図 1-3 に指値板上の注文分布を示す. 各時点各価格に存在する売り注文を1つの赤点,買い注文を1 つの青点で表している. キャンセル率 c = 0 の場合には, best ask や best bid の注文が約定されるというルールにより,図1に示す通り,売り注文と買い注文が一定のスピードでかい離していく. c が一定程度大きい場合には,キャンセル後に新規に入れられる注文の存在により,図2に示す通り,売り注文と買い注文がかい離することなく密に分布する.

興味深いのはキャンセル率 cがそれらの間の場合 で、図3に示す通り、注文が密に分布する部分と疎 に分布する部分が共存する.図3のダイナミクスを 詳細に観察すると、O(1/(cN))の期間はキャンセル が発生せず図1の場合のように best ask と best bid が一定のスピード $O(\Delta)$  でかい離している.よって、 かい離幅の最大値は $O(\Delta/(cN))$ である。キャンセ ルが発生するとその分の指値注文が現在価格の外側 に入り、次のキャンセルまで新たに best ask と best bid が一定のスピードでかい離していく.

#### **3.2** 価格変動幅の分布

現在価格 X(t) の変動幅  $\Delta X = X(t+1) - X(t)$ の分布を見る. キャンセル率が  $c = 10^{-1}$ の場合(図4),極端に大きい変動は生じない.

他方,キャンセル率が $c = 10^{-4}$ の場合(図 5),  $\Delta X \leq 1$ の範囲で  $\Delta X$  は指数 0.9 のべき分布に従 う.それ以降のフラットな分布は,前述の best ask と best bid のかい離局面において,現在価格が best ask と best bid の間を行き来する際の変動に対応す



図 2: キャンセル率 10<sup>-1</sup> における注文の分布.売 り注文と買い注文がかい離せず密に分布.



図3: キャンセル率10 「における注义の分布. 注 文が密に分布する部分と疎に分布する部分が共存.

る.フラットな分布のカットオフは、best ask と best bid のかい離幅の最大値  $\mathcal{O}(\Delta/(cN))$  に等しい.

### 3.3 注文分布の転移的振る舞い

キャンセル率により注文分布や価格変動幅の分布 の様相が異なることを見てきた.その転移点を調べ るために,注文の分布の広がりを情報論的エントロ ピー $H = -\sum_i p_i \log p_i$ により定量化する.ここで  $p_i$ は,指値板の価格を幅1で区切ったとき,*i*番目 の bin に存在する注文数の割合を表す.*H* の時間平 均の *c* 依存性をプロットしたのが図 6 である.キャ ンセル率  $c = 10^{-2}$  付近で転移が見られる.

### 3.4 転移点とスプレッド

上記の転移点は理論的に見積もり可能である. best ask と best bid の価格差(スプレッド)をLと定義 し、スプレッドL内の注文数の保存条件を考える. ただし、スプレッドLの上端と下端に位置している best ask と best bid の注文数はそれぞれ 1/2の寄与 であると想定する.以下、売り注文 best ask が約定 される状況を想定する.



図 4: キャンセル率  $c = 10^{-1}$  における価格変動幅  $\Delta X$  の分布. 極端に大きい変動は生じない.



図 5: キャンセル率  $c = 10^{-4}$  における価格変動幅  $\Delta X$  の分布. 臨界的な状態になっている.

 約定・キャンセルに伴うスプレッド L 内の注文 の減少:

best ask が約定され, best bid がcの確率でキャンセルされるため, 注文数の減少は(1+c)/2と見積もれる.

2. 指値注文に伴うスプレッド L 内の注文の増加: 指値板上の買い注文 N のうち cN 個がキャンセ ルされ,それと同数の買いの指値注文が,best ask の価格を上端とする幅  $\Delta$  の一様分布により 入れられる.  $L < \Delta$  のとき,スプレッド L 内 に入る指値注文の数は, $cNL/\Delta$  である,

以上の概念図を図7に示す.これより,スプレッド L内における注文数保存の式は,以下の通りとなる.

$$\frac{1+c}{2} \simeq cN\frac{L}{\Delta}.$$
 (1)

よって.

$$L \simeq \frac{1+c}{2cN} \Delta. \tag{2}$$

これが成り立つのは、上記の通り $L < \Delta$ の場合に限るので、転移点は $c \simeq 1/(2N) \sim 10^{-2}$ と見積もることができる.また、スプレッドLについて、 $c \gg 10^{-2}$ 



図 6: 注文分布の情報論的エントロピーの c 依存 性.エラーバーは標準偏差を表す.キャンセル率  $c = 10^{-2}$  付近で転移が見られる.



図 7: スプレッド L 内の注文数の増減.赤丸が売 り注文,青丸が買い注文を表す.約定により 1/2 減少,キャンセルにより c/2 減少し,指値注文に より cNL/Δ 増加する.

の範囲で、シミュレーション結果と理論値 (2) が一 致する(図 8).

# 4 まとめ

Bak-Sneppen モデルに準じた指値板モデルを構築 した.本モデルは Maslov モデルと異なり指値板上 の注文数は確率的に揺らぐことのなく固定されてお り,注文数の確率性は価格変動幅の臨界性に関し必 須の条件ではないことが明らかになった.また,キャ ンセル率がある転移点よりも小さい場合に,指値板 上に注文が密に分布する部分と疎に分布する部分が 共存し,この相では臨界的な価格変動幅を見せた.

Maslov モデルでは、価格変動幅  $\Delta X \lesssim 1$  の範囲 で指数 0.6、それ以降の範囲で指数 3 のべき分布に 従う.本モデルでは、 $\Delta X \lesssim 1$  の範囲で指数 0.9 の べき分布、これより大きい領域でフラットな分布と



図 8: キャンセル率 *c* とスプレッドの期待値 *L* の関 係.エラーバーは標準偏差を表す.*c* ≫ 10<sup>-2</sup> の範 囲で,シミュレーション結果と理論値 (2) が一致.

なった.両モデルにおける指値板の内部構造の差異 についての詳細な解析は今後の課題である.

現実の株式市場では,キャンセルと指値注文を絶 えず繰り返す高速取引業者(HFT)が存在する.本 研究により,HFTが参入している銘柄では株価の臨 界性が抑制される可能性が示唆された.現実の株式 市場では,注文がキャンセルされるまでの待ち時間 は指数1.4のべき分布に従う[4]ため,極端にキャン セル率が低い銘柄も存在する.そういった銘柄で今 回の臨界性が実際に観察されるのか,より詳細な実 証研究が望まれる.

# 参考文献

- Rosario N Mantegna and H Eugene Stanley. Scaling behaviour in the dynamics of an economic index. *Nature*, Vol. 376, No. 6535, pp. 46–49, 1995.
- [2] Sergei Maslov. Simple model of a limit orderdriven market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 278, No. 3-4, pp. 571–578, 2000.
- [3] Henrik Flyvbjerg, Kim Sneppen, and Per Bak. Mean field theory for a simple model of evolution. *Physical review letters*, Vol. 71, No. 24, p. 4087, 1993.
- [4] Anirban Chakraborti, Ioane Muni Toke, Marco Patriarca, and Frédéric Abergel. Econophysics review: I. empirical facts. *Quantitative Finance*, Vol. 11, No. 7, pp. 991–1012, 2011.

# Newtonian Event-Chain モンテカルロ法を用いた 剛体三角粒子系の相転移

白井知樹, 麦田大悟, 礒部雅晴

名古屋工業大学 大学院工学研究科

### 概要

本研究では、剛体多面体系を解析する高速な方法論として (i) 並進平衡緩和に Newtonian Event-Chain モンテカルロ法、(ii) 接触判定に XenoSweep 法を導入し、高密度 2 次元剛体多角粒子系 の相図作成を目的とした。特に、排除体積と回転対称を持つ剛体多角粒子で剛体円板と対極の剛 体正三角形に着目し、拡散特性に加え、粒子の異方性を考慮した配向秩序変数を新しく提案し、 密度の変化に対する相転移ならびに各相の特徴づけを行った。

# Phase transition in dense hard triangle systems by Newtonian Event-Chain Monte Carlo

### Tomoki Shirai, Daigo Mugita, and Masaharu Isobe

Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology

### Abstract

In this study, we investigate the phase transition of the hard triangle systems by increasing the packing fraction (density) by applying two novel algorithms: (i) Newtonian Event-Chain Monte Carlo, known as efficient translational diffusion in a hard sphere system, and (ii) XenoSweep for efficient contact detection between rigid objects. These algorithms enable the equilibration of the hard triangle particle system, which has the most different shape from a hard disk. To characterize the phase transition, we focus on diffusional characteristics and novel orientational order parameters for the hard triangle particle system proposed by our present study.

# 1 はじめに

高密度剛体球系では、結晶 - 流動相転移(いわゆ る Alder 転移)が生じる [1]。近年、高速な Event-Chain モンテカルロ法 [2] が開発され大規模計算が 可能となり、半世紀来の難問「2 次元 Alder 転移問 題」の解明に大きく貢献した。Event-Chain モンテ カルロ法に粒子速度と衝突則を導入した Newtonian Event-Chain (NEC) モンテカルロ法 [3] は、平衡緩 和(並進拡散)の効率がよいことが知られる。一方、 剛体球(円板)系でなく剛体多面体(多角形)系で は複雑な形状同士の衝突判定が必要となり、計算コ ストが増大する。しかし最近、「凸多面体同士のミン コフスキー差が原点を含む」=「接触している」を 利用した Gilbert-Johnson-Keerthi(GJK) 法 (1988) を発展させ、多面体衝突と移動 (Sweep) 距離の高速 計算ができる XenoSweep 法 [4] が開発された。CG、 ロボット工学、複雑な形状を持つ粉体系の動力学な ど、広範な分野での今後の応用が期待される。本研 究では、2 次元多角剛体粒子(ポリゴン)系におい て、形状が剛体円板と対極の排除体積と回転対称性 を持ち、多角形の特性が表れやすいと考えられる剛 体三角形からなる多体粒子系において、並進の平衡 緩和に NEC、接触判定に XenoSweep、の 2 つの高 速アルゴリズムを導入した。特に、(I) NEC の効率 性と最適パラメーター探索、(II) 剛体三角粒子の形 状 (正三角形) の異方性を考慮した新しい配向秩序 変数を導入、を行った。(II) においては、粒子占有 率の増大に対する拡散特性と配向秩序変数の変化か ら高密度剛体三角粒子系の相転移と各相の特徴づけ を目的とした。なお、剛体円板系では、粒子占有率  $\nu = 0.70 \sim 0.72$  で固相から流動 (液) 相への融解現 象 (液相-hexatic 相間の一次転移) が、生じることが 知られている [1, 5, 6]。本研究では、剛体円板系と の違いにも着目する。

# 2 シミュレーション手法

多数の剛体正三角形からなる 2 次元粒子系 (粒子数 N = 512、粒子占有率  $\nu = 0.50 \sim 0.85$ ) において、 粒子間接触判定に Xenosweep、並進緩和に NEC、 回転緩和にマルコフ鎖モンテカルロ (MCMC) 法を 用い、シミュレーションを実行した。ここで、粒子 占有率  $\nu$  とは、系の面積に対する粒子が占める割 合 (面積占有率) である。NEC では並進パラメータ  $\tau = t_{trans}/t_{mf}$ を定義した。ここで、 $t_{trans}$ は NEC の Event-Chain(持続) 時間、 $t_{mf}$  は平均自由時間で ある。また、緩和効率として (1) 式で表される拡散 係数 D に着目した。

$$D = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{4t} \langle |\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_i(0)|^2 \rangle \tag{1}$$

ここで、 $\mathbf{r}_i(t)$ は時間 t における粒子 i の中心座標である。本研究では、t を CPU 時間 ( $t_{cpu}$ ) とした。

稠密な剛体三角粒子系は剛体円板系と異なり、個 別の三角形の頂点は頂点を共有する最近接粒子の中 心方向ベクトルが6回対称性を持つ(図1)。この性 質に着目し、剛体三角粒子系において、新たに6回 対称配向秩序変数を(2)式で導入した。

$$\phi_6^k = \frac{1}{N_k} \sum_{\{j\}} e^{6\mathbf{i}\alpha_{\{j\}}^k} \tag{2}$$



図 1: 剛体三角粒子系における 6 回対称配向秩序 変数の模式図。注目する頂点を中心とした半径 *r*<sub>c</sub> の黄色の円内に入る近接三角形の中心位置から頂 点方向への位置ベクトルを **r**<sup>k</sup><sub>{1</sub>} とする。

# 3 結果

本研究では、まず並進パラメータ $\tau$ と回転緩和で 用いられる MCMC の変位量(角度)の最大値  $\Delta \theta$ を系統的に変え、剛体三角粒子系における NEC の 最適なパラメータを模索した。

ここでは、粒子占有率  $\nu = 0.65$  の平衡系における 並進拡散効率(拡散係数)の依存性を調べた。



図 2: 剛体三角粒子系における無次元化した疑似拡 散係数の (上) 並進パラメーター  $\tau$  ならびに、(下) 回転変位量  $\Delta \theta$  の依存性。 $(N, \nu) = (512, 0.65)$ 。

図 2 は、疑似拡散係数  $D_{cpu}$  の (上) 並進パラメー タ  $\tau$  依存性と、(下)回転変位量  $\Delta \theta$  依存性である。 ただし、それぞれ  $\tau = 1$  における値、 $\Delta \theta = 0$  にお ける値である  $D_{cpu}^*$  で割っている。図 2 (上) より、  $\tau \ge 10$  で最大値をとり変化しないことがわかる。ま た、図2(下)より、 $\Delta \theta \leq 10^{\circ}$ では並進拡散係数は 低いが、 $\Delta \theta = 20^{\circ} \sim 40^{\circ}$ 付近では最大値をとる。こ のように、回転緩和の変位量  $\Delta \theta$ も並進拡散効率に 直接影響することがわかった。

次に、拡散特性(平均二乗変位)の粒子占有率依 存性を調べた。図3(左)は、粒子占有率 $\nu = 0.50 \sim$ 0.85における、並進変位量と回転変位量(角度)のそ れぞれの平均二乗変位をまとめた。また図3(右)は、 一部を拡大した。これらの結果より、 $\nu = 0.73 \sim 0.74$ で、並進ならびに回転の変位量の拡散特性が大きく 変化していることがわかった。



図 3: ν = 0.50, 0.73, 0.74, 0.85 における、平均二 乗変位。(上) 並進変位量、(下) 回転変位量。右図 は一部を拡大した。

次に剛体三角系において、新しく導入した6回対

称配向秩序変数を用い、系の相の特徴づけを試みた。

図4は、粒子占有率 $\nu = 0.50, 0.73, 0.74, 0.85$ におけ る配向秩序変数  $|\phi_6^k|$  の空間分布である。 $\nu$ の増加に より配向秩序が増大(結晶化)することが分かる。  $\nu = 0.50$ ではほとんどが無秩序状態であり、 $\nu =$ 0.85ではほとんどが高秩序(結晶)状態である。ま た、 $\nu = 0.73$ では高秩序相と低秩序相が共存してお り、 $\nu = 0.74$ では高秩序状態が大半を占め、局所的 な低秩序領域がみられる。これらの結果から、先に 得られた拡散特性の変化の結果は、液相から共存相 を経て結晶相へいたる相転移が生じたと解釈するこ とができる。

図5は、図4で得られた6回対称配向秩序変数  $|\phi_6^k|$ の確率密度分布である。 $\nu = 0.50$ においては  $|\phi_6^k| \sim 0$ に鋭いピークがあり、系全体として配向秩序がない 無秩序相である。また、 $\nu = 0.85$ では  $|\phi_6^k| \sim 1$ に ピークがあり、配向秩序が高い結晶相であるといえ る。一方、 $\nu = 0.73$ では、  $|\phi_6^k| \sim 0.80$ と  $\sim 0.95$ に 2つのピークが確認できる。また、 $\nu = 0.74$ とする と、  $|\phi_6^k| \sim 0.95$ で1つのピークとなる。これらの 結果から  $\nu = 0.73 \sim 0.74$ で系の相が無秩序から秩 序相へ変化していると考えられる。それに加えて図 4 の結果も考慮すると、 $\nu = 0.73$ は、  $|\phi_6^k| \sim 0.80$ 状態と  $|\phi_6^k| \sim 0.95$ の状態が共存している相であり、  $\nu = 0.73$ は、  $|\phi_6^k| \sim 0.95$ の高秩序状態でほとんど を占められている固相であると考えられる。



図 4: 粒子占有率  $\nu = 0.50, 0.73, 0.74, 0.85$  におけ る 6 回対称配向秩序変数の空間分布。剛体三角形 の頂点を基準としボロノイ分割を行い、各頂点の  $|\phi_6^k|$ の大きさで配色した。



図 5: 粒子占有率  $\nu = 0.50, 0.73, 0.74, 0.85$  における、6 回対称配向秩序変数の確率密度分布。

図 6 は、各粒子の 6 回対称配向秩序変数の平均値  $\Phi_6 \left(= \frac{1}{3N} \sum_k |\phi_6^k|\right)$ の粒子占有率 $\nu$ 依存性を示す。 $\Phi_6$ は単調増加し、 $\nu \sim 0.74$ 以降は傾きが変化する。ま た、 $\nu \sim 0.70$ において  $\Phi_6$ の揺らぎが最も大きい。 このことから、 $\nu \sim 0.70$ では  $|\phi_6^k|$ の空間不均一性が 高いことが推察される。



図 6: 系全体の 6 回対称配向秩序変数  $\Phi_6$  と粒子占 有率  $\nu$  依存性。

粒子変位の空間不均一性を定量化するため、(3) 式 で表される平均 n 乗変位を用いて、(4) 式で表され るノンガウシアンパラメーター (Non-Gaussian Parameter (NGP))  $\alpha_2$  を計算した。

$$M_n(t) = \langle |\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(0)|^n \rangle \tag{3}$$

1 1 (1)

$$\alpha_2(t) = \frac{1}{2} \frac{M_4(t)}{M_2(t)^2} - 1 \tag{4}$$

図7では、ν=0.70~0.72でNGPが0から逸脱し 大きな値をとることが確認できる。これらの粒子占 有率では空間不均一性が大きい、すなわち無秩序相 と秩序相が共存していることが推察される。



図 7: NGP の粒子占有率依存性。

# 4 まとめ

本研究では、剛体正三角形粒子系の平衡状態の相 図に着目した。新しい高速シミュレーションの手法 として衝突判定に Xenosweep、並進拡散に NEC 法 を導入した。これらを用い、(I) 高い拡散効率のパラ メータ探索ならびに、(II)新しい秩序変数を導入を 数の変化から高密度剛体正三角形粒子系の相転移と 各相の特徴づけを行った。その結果 v = 0.65 では、 NEC では並進パラメータ $\tau > 10$ 、つまり Event 鎖 の継続時間を平均自由時間の10倍以上に設定する ことで粒子拡散効率が最大になることがわかった。 また、MCMCの回転角度の最大値  $\Delta \theta = 20^{\circ} \sim 40^{\circ}$ で、粒子の並進拡散効率が最大になった。粒子の並 進拡散ならびに回転拡散は  $\nu = 0.73 \sim 0.74$  で質的 に変化することがわかった。剛体三角形粒子系の形 状の異方性を考慮した新しい6回対称配向秩序変数 *ϕ*<sup>k</sup><sub>6</sub>を導入し、空間分布や確率密度分布を系統的に計 算した。その結果、粒子占有率の増大に伴い、低秩 序相から共存相を経て高秩序相へ相転移することが わかった。各相の特徴づけるため、空間不均一性を 調べる NGP を計算したところ、上記の相変化のシ ナリオを確認できる結果が得られた。今後は、本研 究で用いた新しい秩序変数を用いて、大規模精密計 算により、頂点数が異なる剛体多角粒子系の相転移 [7,8]の詳細を調べることや、粒子間の衝突則にア クティブマターの要素を加えることなどを今後の課 題としたい。本研究は JSPS 科研費 20K03785 なら びに 23K03246 の助成を受けたものです。

# 参考文献

- B. J. Alder and T. E. Wainwright, Phys. Rev. 127 359 (1962).
- [2] W. Krauth, Front. Phys. 9 229 (2021).
- [3] M. Klement and M. Engel, J. Chem. Phys. 150 174108 (2019).
- [4] M. Klement, S. Lee, A. Anderson, and M. Engel, J. Am. Chem. Soc. **143** 16163 (2021).
- [5] E. P. Bernard and W. Krauth, Phys. Rev. Lett. **107** (2011) 155704.
- [6] M. Engel, J. A. Anderson, S. C. Glotzer, M. Isobe, E. P. Bernard, and W. Krauth, Phys. Rev. E 87 (2013) 042134.
- [7] J. A. Anderson, J. Antonaglia, J. A. Millan, M. Engel, and S. C. Glotzer, Phys. Rev. X 7, 021001 (2017).
- [8] S. Jiang et al., Cell Rep. Phys. Sci. 4 101627 (2023).

# 交通流数理研究会 講演申し込み・論文投稿規程

- ◆ 講演申し込み
- 1. 講演申し込み概要

講演申し込みの方は、概要原稿の投稿という形で申し込んでいただきます。エディ ターがチェックし、特に問題が無い限り基本的に講演を許可し、その旨連絡します。 概要原稿は講演概要集として Web に掲載されます。

- 2. 投稿手続き
  - ・投稿論文の形式(A4,最大2ページ以内)で、日本語または英語で記述する。
  - ・投稿原稿フォーマットは、原則として当研究会で用意した LaTeX スタイルファイ ルを使用する。 そのまま写真製版できる PDF ファイルを email によりエディタ に送付する。ただし WORD ファイルを用いる場合は当研究会配布のスタイルファ イルの体裁にできる限り合わせること。
  - ・送り先: エディタ(毎年の開催案内、Webに掲載する。)
  - ・メールのタイトルに「交通流・自己駆動粒子系シンポジウム講演申し込み」とお 書きください。メールの本文には、著者、著者所属、論文タイトルを記入してく ださい。
  - ・採否にかかわらず原稿は返却しない。
  - ・修正を要請された原稿は、指定期間内に改訂しなければならない。
  - ・投稿された原稿を概要集として、シンポジウム開催時に配布する。

- ◆ 掲載論文投稿手続き
- 1. 掲載論文投稿の概要

講演後に講演内容を論文集として発刊し Web に掲載いたします。掲載希望者(エディターの推薦の場合もある)は、決められた期日までに(A4 で最大4ページ)の原稿 を送付してください。

### 2. 査読

本論文集に掲載される論文は、査読を経る。投稿者は、シンポジウム開催前の指定 された期日までに投稿する.期限までに投稿された論文は、査読者の報告に基づいて 論文集編集委員会において採否が決定される。

### 3. 投稿手続き

- ・投稿論文の形式(A4,最大4ページ以内)で、日本語または英語で記述する。
- ・投稿原稿フォーマットは、原則として当研究会で用意した LaTeX スタイルファイ ルを使用する。 そのまま写真製版できる PDF ファイルを email によりエディタ に送付する。ただし WORD ファイルを用いる場合は当研究会配布のスタイルファ イルの体裁にできる限り合わせること。
- ・送り先: エディタ(毎年の開催案内、Webに掲載する。)
- ・メールのタイトルに「交通流・自己駆動粒子系シンポジウム講演申し込み」とお 書きください。メールの本文には、著者、著者所属、論文タイトルを記入してく ださい。
- ・採否にかかわらず原稿は返却しない。
- ・修正を要請された原稿は、指定期間内に改訂しなければならない。
- ・投稿論文の論文集として、シンポジウム開催後に配布する。

### 3. 掲載料·別刷

掲載科は無料とする。別刷は用意しない。

4. 著作権

投稿論文の著作権は著者にある。論文は、印刷形式及び電子的形式での配布を、交 通流数理研究会に許諾されたものとして、取り扱う。論文集掲載記事内容の責任は著 者が負うものとする。

Stability analysis of a second order differential equation with time delay by a numerical renormalization
The effect of variety and temporal change of response thresholds in the model of the division of labor of ants
Fluctuating Collective Cell Motion with Short-Range Order due to Contact Triggering
Reconsideration of criticality in stock market using Bak-Sneppen-like order book model
Phase transition in dense hard triangle systems by Newtonian Event- Chain Monte Carlo

# Invited papers

Aiming beyond bottom-up improvements of mixed traffic Motivation for hosting the Seminar on Heterosocial Systems.......1 Akihito Nagahama

# **Refereed papers**

Pedestrian return home simulation in Kobe City center ......9 Daigo Umemoto, Maiko Kikuchi, Ayako Terui, Koutarou Abe, Nanako Doi, Miki Kobayashi, Nobuyasu Ito, Itsuki Noda

Motility and stability of chemotactic agents that chained linearly.......17 Chikoo Oosawa

Effect of Topological Defects in Active-XY Model......25 Shun Inoue, Satoshi Yukawa

Machine Learning Analyses of Observed Highway Traffic Data......29 Shin-ichi Tadaki

シンポジウムについてのお問い合わせは、下記までお願いします。

# 交通流数理研究会

世話人: 杉山雄規

〒464-8601 名古屋市千種区不老町 名古屋大学 大学院情報学研究科 複雑系科学専攻 多自由度システム講座 内

Email: sugiyama.yuuki.w5@f.mail.nagoya-u.ac.jp Web: http://traffic.phys.cs.is.nagoya-u.ac.jp/~mstf/