

# Bak-Sneppen 的板モデルによる株式市場の不安定性の分析

南雲将太<sup>1</sup>, 島田尚<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> 東京大学 大学院工学系研究科 システム創成学専攻

<sup>2</sup> 東京大学 数理・情報教育研究センター

## 概要

株式市場はどういった条件により不安定となるのか. 今回, 自己組織的臨界現象 (SOC) のモデルである Bak-Sneppen モデルをベースとして, 新たな指値板モデルを構築した. その結果, 注文のキャンセル率が小さい場合に, 指値板の注文分布が不安定な状態へと自発的に変化することが明らかになった.

## Analysis of stock market instability using Bak-Sneppen-like order book model

Shota Nagumo<sup>1</sup>, Takashi Shimada<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Department of Systems Innovation, Graduate School of Engineering, The University of Tokyo

<sup>2</sup> Mathematics and Informatics Center, The University of Tokyo

## Abstract

What conditions make the stock market unstable? In this study, a new limit order model was constructed based on the Bak-Sneppen model, which is a self-organized criticality (SOC) model. The results revealed that the order distribution of the limit book becomes spontaneously unstable when the cancellation rate of orders is small.

## 1 はじめに

株価の変動のべき乗則 [1] は, 指値板をモデル化した Maslov モデルによって再現されている [2]. Maslov モデルでは投資家に戦略や心理を仮定しておらず, 指値板の取引ルールそのものが不安定性を引き起こすように示唆する. 他方, 指値注文の価格分布や売り買いの確率的選択, 成行注文と指値注文の確率的選択, 注文のキャンセルなど複数存在するモデルの要素のうち, どの要素が不安定性の起源になっているのかは, 必ずしも明らかでない. 本研究では, Maslov モデルをさらに簡略化したモデルを用い, 不安定性を引き起こす条件を特定する.

## 2 モデル

生物種の共進化系における SOC を説明した Bak-Sneppen モデル [3, 4] を指値板に応用することを考

える. Bak-Sneppen モデル [4] では環境への適応度が最も低い種とランダムに選んだ種を選択し, それらの種の適応度を確率的に振り直す. このルールを参考に, 指値板を以下のとおりモデル化する.

1. 最も安い売り (最も高い買い) 注文を約定
2. 残った注文を確率  $p$  でランダムにキャンセル
3. 約定/キャンセルされた注文と同数の指値注文を追加し, 1 へ戻る

つまり本モデルでは, Maslov モデルにおける成行注文と指値注文の確率的選択という要素を排除し, 売り板・買い板ともに注文数が一定に保存された設定となっている.

## 3 結果

キャンセル率が 0 の場合には, 最も安い売り (最も高い買い) 注文が約定されるというルールにより,

売り注文と買い注文が一定のスピードでかい離していく。キャンセル率が一定程度大きい場合には、キャンセル後に新規に入れられる注文の存在により、売り板と買い板がかい離することなく注文が密に分布する。興味深いのはキャンセル率がそれらの間の場合で、図1のとおり、注文が密に分布する部分と疎に分布する部分が共存する。

注文分布のキャンセル率依存性を見るため、注文分布の情報論的エントロピーをプロットしたのが図2である。キャンセル率  $10^{-2}$  付近で転移が起きていることが観察される。この転移点は、売り板と買い板の価格幅の期待値が、約定・キャンセル・新規注文のサイクル後に保存されるという条件を解くことで見積もり可能である。キャンセル率が転移以上では売り板と買い板の価格幅が期待値が保存され、価格幅の理論と実測が一致する(図3)。

キャンセル率が転移以下の場合、価格変動は図4のように分布しており、非常に不安定な状態になっていることが分かる。

#### 4 まとめ

Bak-Sneppen モデルに準じた板モデルを構築した。キャンセル率が転移点よりも小さい場合、板上に注文が密に分布する部分と疎に分布する部分が共存する相が現れた。この相では価格変動が非常に不安定となった。

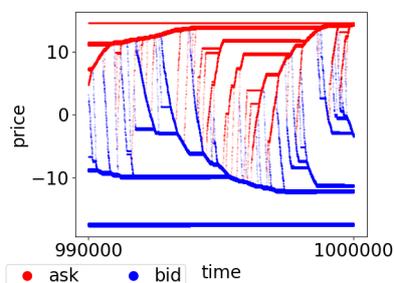


図1: キャンセル率  $10^{-4}$  における注文の分布。

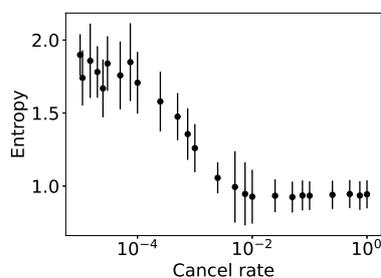


図2: 注文分布の情報論的エントロピー

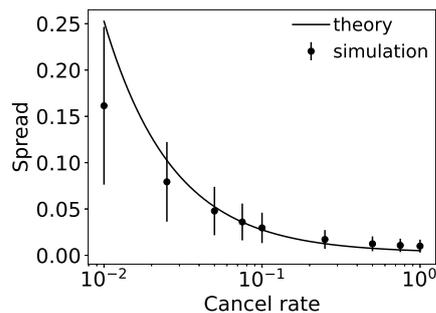


図3: 売り板と買い板の価格幅が期待値

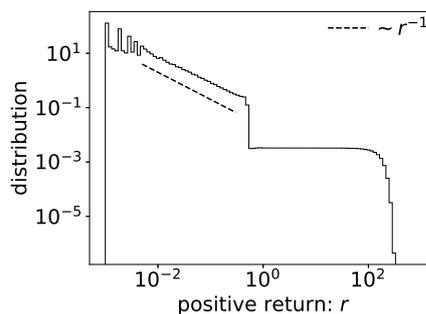


図4: キャンセル率  $10^{-4}$  における価格変動の分布

#### 参考文献

- [1] Rosario N Mantegna and H Eugene Stanley. Scaling behaviour in the dynamics of an economic index. *Nature*, Vol. 376, No. 6535, pp. 46–49, 1995.
- [2] Sergei Maslov. Simple model of a limit order-driven market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 278, No. 3-4, pp. 571–578, 2000.
- [3] Per Bak and Kim Sneppen. Punctuated equilibrium and criticality in a simple model of evolution. *Physical review letters*, Vol. 71, No. 24, p. 4083, 1993.
- [4] Henrik Flyvbjerg, Kim Sneppen, and Per Bak. Mean field theory for a simple model of evolution. *Physical review letters*, Vol. 71, No. 24, p. 4087, 1993.