

Bottleneck のある道路における Delayed start 効果

石橋善弘¹, 福井稔²

¹名古屋大学, ²中日本自動車短期大学

概要

1次元交通流に及ぼす delayed start 効果と bottleneck 効果はこれまでは別々に研究されて来たが、ここでは、Wolfram 184-モデルを使って、bottleneck のある系において delayed start が流量におよぼす効果を考察した。その結果、中間濃度領域での流量を、delayed start の確率 f と gate(bottleneck)が開く確率 r の関数として表す理論式を得た。この理論式から得られる流量はシミュレーションの結果と完全に一致した。得られた理論式の高速度モデル(福井・石橋モデル)への拡張を試み、予想される困難を明らかにした。

Effect of the Probabilistic Delayed Start on Traffic Flow on the One-dimensional Road with a Bottleneck

Yoshihiro Ishibashi¹, Minoru Fukui²

¹Department of Applied Physics, Nagoya University

²Nakanihon Automotive College

Abstract

The effect on the flow (velocity) of the delayed start in the one-dimensional traffic system and that of a bottleneck were so far investigated separately. Based upon the Wolfram 184-model, here we investigated a combined problem, that is, the effect of the probabilistic delayed start on the flow on the road with a bottleneck. We could find a mathematical formula for the constant flow in a medium range of the car density, which is a function of the probability, f , of the delayed start and that of opening gate, r . The obtained formula is found in a very good agreement with the cell automaton simulations. Extension of the obtained formula to the high-speed model (the Fukui-Ishibashi model) is attempted, and predictable difficulties are clarified.

1 はじめに

1次元交通流の Wolfram 184-モデル¹⁾について、bottleneck 効果^{2,3)}と delayed start 効果^{4,5)}は別々に研究されてきた。その結果、前者については、道路上の1箇所におかれている gate が開く確率を r とすると、中間濃度で流量一定の相が出

現し、その流量 F_c は

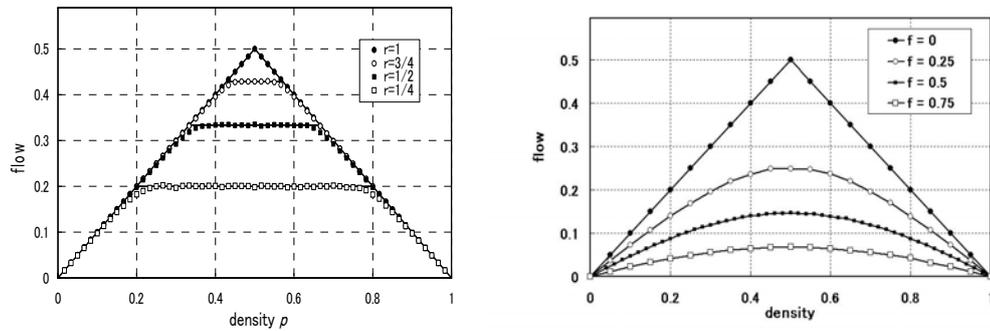
$$F_c = \frac{r}{1+r}. \quad (1)$$

で表されること (Fig.1 (a))³⁾、また後者では、各車の delayed start の確率を f とすると (各サイトについて、1 サイト前進の確率は $1-f$ 、動かない確率は f)、全濃度領域で流量は

$$F(p) = \frac{1}{2} - \sqrt{\left(\frac{1}{2} - p\right)^2 + fp(1-p)} \quad (2)$$

となることが知られている (Fig.1 (b))⁵⁾。

本研究では、Wolfram 184 モデルに基づいて、bottleneck 効果と delayed start 効果が共存する場合、すなわち bottleneck のある道路での delayed start の流量におよぼす効果を調べた。



(a) Bottleneck 効果

(b) Delayed start 効果

Fig.1 Wolfram 184-モデル

2. Bottleneck 効果と delayed start 効果の相互作用

Wolfram 184-モデルでは、最大流量 $F_m=1/2$ を与える濃度 p は $p=1/2$ であるので、濃度を $p=1/2$ に設定して、 $f=0$ としてシミュレーションを行った。その結果を Fig. 2 に示す。

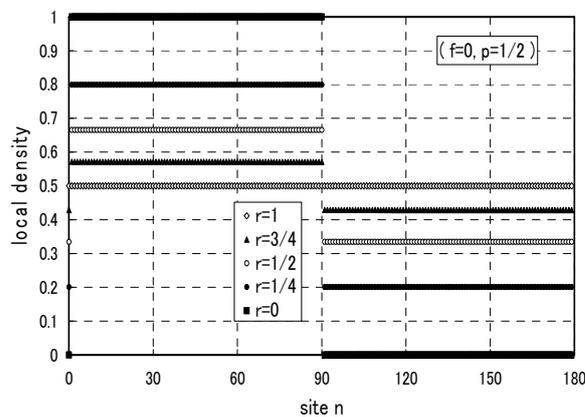


Fig. 2. 各サイトの占有確率の r 依存性

Fig.2 から自由流相、渋滞流相での濃度(それぞれを p_i, p_j とする)は、 f によらずそれぞれ

$$p_f = \frac{r}{1+r}, \quad p_j = \frac{1}{1+r} \quad (3)$$

である事がわかるので、中間濃度領域での全流量 F_c は、(2)式を使って、

$$F_c = \frac{1}{2} F\left(\frac{r}{1+r}\right) + \frac{1}{2} F\left(\frac{1}{1+r}\right) \quad (4)$$

とえられる。ここで、係数 $1/2$ は自由流相、渋滞流相の長さが $1/2$ である事による(道路の全長を 1 とする)。(4)式からえられる流量とシミュレーションによって得られた流量を Fig. 3 に示す。両者は完全に一致している。⁶⁾

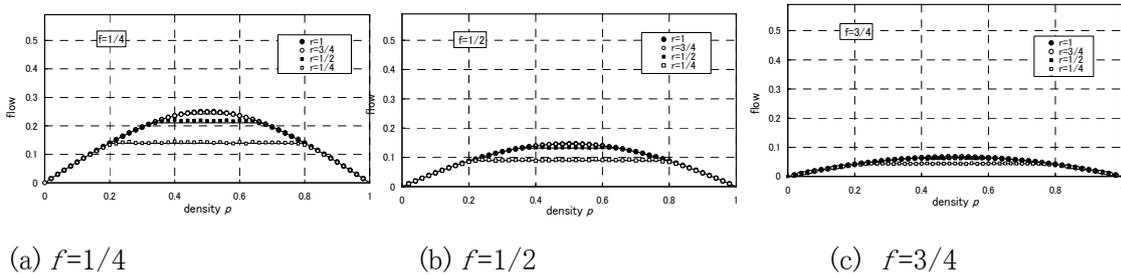


Fig. 3. 流量の濃度依存性

3. 結語にかえて----高速モデル(福井・石橋モデル⁷⁾)への拡張

上述のように車の最大速度 $M=1$ (Wolfram 184-モデル)の場合は中間濃度における F_c を r と f の関数として表すことができた。以下では、これを $M \geq 2$ の場合に拡張することをこころみるが、簡単のために、 $M=2$ の場合についてのみ記述する。なお、 $M=2$ の delayed start モデルでは、確率 f で delayed start が生じ、そのときには車は 1 サイト($M-1=1$) しか前進しない(たとえ 2 サイト前進できる場合でも)。

これまで、 $f=0$ (delayed start なし)の場合、

$$F_c = \frac{r+r^2}{1+r+r^2} \quad (5)$$

であること (Fig.4(a)⁸⁾、 $r=1$ (gate は常に開いている) の場合には、

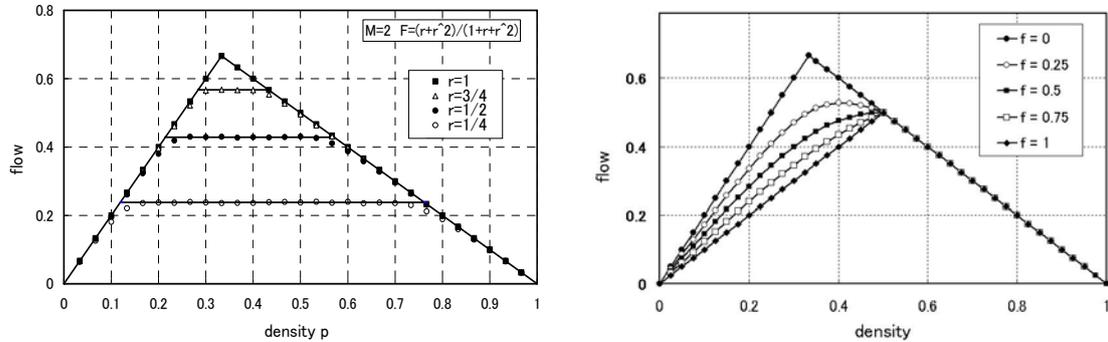
$$F = \frac{p+1}{2} - \sqrt{\left(\frac{3p-1}{2}\right)^2 + fp(1-2p)} \quad (6)$$

(ただし、 $0 \leq p \leq 1/M=1/2$) となることが知られている (Fig.4(b))。⁶⁾

ここで、 $M=2$ の場合には、 $r=1$ でも最大流量 F_m およびそれを与える p_m が、 f に依存することに注意しなければならない。それらは

$$p_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 - \sqrt{2f}}{3 - \sqrt{8f}}, \quad F_m = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{f})^2}{3 - \sqrt{8f}} \quad (7)$$

で与えられる。そして、得られるべき $F_c(p_f(r, f))$ は、 $r=0$ のとき $p_j=1, p_f=0, F_c=0$, また



(a) Bottleneck 効果

(b) Delayed start 効果

Fig.4 福井・石橋モデル (M=2)

$r=1$ のとき、 $p_r=p_j=p_m(f)$, $F_c(p_m)=F_m(f)$ を満足しなければならない。ここで問題となるのは、 p_j, p_r とも r と f の関数としてあらわすことであるが、われわれはまだその導出に成功してはおらず、将来の課題として残っている。

参考文献

- [1] S. Wolfram, *Theory and Application of Cellular Automata* (World Scientific, Singapore, 1986).
- [2] T. Nagatani, J. Phys. Soc. Jpn. **63** 52 (1994).
- [3] S. Yukawa, M. Kikuchi, and S. Tadaki, J. Phys. Soc. Jpn. **63**, 3609 (1994).
- [4] B.-H. Wang, L. Wang, P. H. Hui, and B. Hu, Phys. Rev. E **58**, 2876 (1998)
- [5] Y. Ishibashi and M. Fukui, J. Phys. Soc. Jpn. **87**, 034803 (2018).
- [6] Y. Ishibashi and M. Fukui, J. Phys. Soc. Jpn. **87**, 114801 (2018).
- [7] M. Fukui and Y. Ishibashi, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 1868 (1996).
- [8] Y. Ishibashi and M. Fukui, J. Phys. Soc. Jpn. **70**, 1237 (2001).