

天体形成の結合写像格子における 渦状腕の形成と降着ガスの渋滞

野澤恵理花¹, 出口哲生²

¹ お茶の水女子大学大学院 人間文化創成科学研究科 理学専攻 物理科学コース

² お茶の水女子大学 基幹研究院 自然科学系

概要

ガスから成る天体の形成機構を探るため、重力による作用を表すオイラー手続きと移流による作用を表すラグランジュ手続きから成る、結合写像格子モデルを提案した。シミュレーションの結果、渦巻銀河や原始惑星系円盤のような、2本の腕を持つスパイラルパターンが形成されることを発見した。このとき、ガスは中心星の周りをケプラー運動しているため、その流れに沿って、腕を横切るガスの運動を調べたところ、腕はガスの渋滞により形成されていることが分かった。

Spiral Arms Formed by Jammed Accreting Gas in a Coupled Map Lattice for Astronomical Objects

Erika Nozawa¹ and Tetsuo Deguchi²

¹ Department of Physics, Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanomizu University

² Department of Physics, Natural Science Division, Faculty of Core Research, Ochanomizu University

Abstract

As a simulational approach to the formation mechanism of astronomical objects, we propose a coupled map lattice for the dynamic pattern formation of astronomical objects consisting of accreting gas. Our model consists of two procedures: gravitational-interaction procedure (Eulerian procedure) and advection procedure (Lagrangian procedure). In our simulation, we observe the dynamic formation of a spiral pattern with two arms, such as seen in spiral galaxies or protoplanetary disks. We also observe that gas clumps make the Keplerian motion around a central star. We investigate the motion of gas particles which cross one of the two arms along a flow of gas particles in the Keplerian motion. We find out that the arm is formed by jammed gas particles.

1 はじめに

宇宙には様々な天体が存在し、それらは何らかの「パターン」を持っている。例えば、渦巻銀河や原始惑星系円盤は、2本の渦状腕を持つスパイラルパターンを形成することが知られている（図1参照）。

天体はどのようにその形を作るのか、という問いに取り組むとき、次のような壁が立ち上がる。ま

ず、多体系であるため、解析に数値計算（N体計算、流体計算）を用いるが、計算量や数値不安定性の問題などがある^[1]。また、仮に数値計算ができたとしても、今度は、系が内包する複雑さ^[2]があって、この問いに答えるのは容易ではない。

そこで、天体の形成機構を探るための1つの試みとして、天体形成の結合写像格子（Coupled Map Lattice^{[3][4]}、CML）を用いた構造的（手続き還元的）

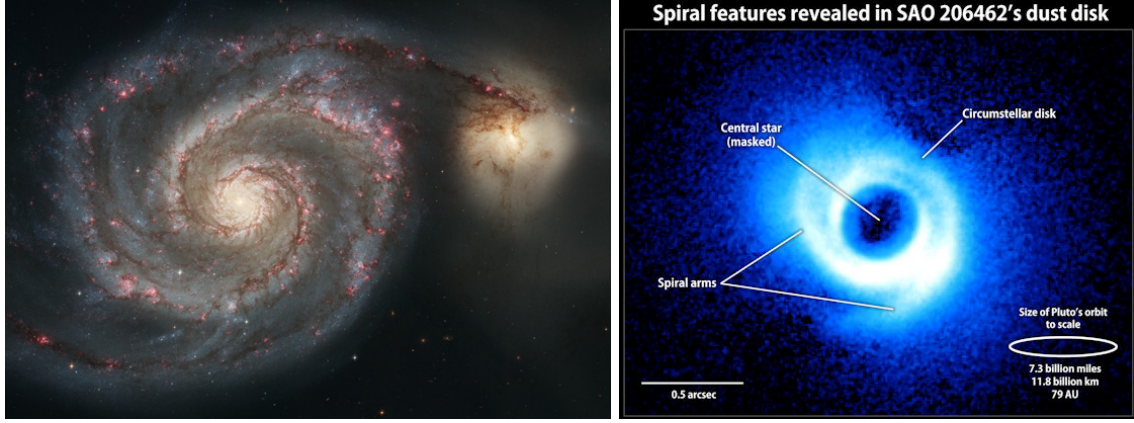


図 1: 天体の動的パターン形成の例。(a) 渦巻銀河 (提供 NASA)、(b) 原始惑星系円盤 (提供 NAOJ)。

アプローチを提案する [5]。そして、系の時間発展を手続きの逐次実行により高速に計算し、広範囲のパラメータに対するパターン形成過程の網羅的なシミュレーションを通して、天体の形成機構に迫るための新たな糸口を見つきたい [5]。

2 モデル

第一に、格子として、格子間距離を 1 とする 2 次元正方向格子をとる。格子点を ij ($i = 0, 1, \dots, N_x - 1$, $j = 0, 1, \dots, N_y - 1$) とし、その位置を $\mathbf{r}_{ij} = (i, j) = ie_x + je_y$ と表す。第二に、離散時刻 t 、格子点 ij における場の変数として、ガス塊 (ガス粒子の集まり) の質量 m_{ij}^t と速度 $\mathbf{v}_{ij}^t = v_{xij}^t e_x + v_{yij}^t e_y$ を定義する。第三に、手続きとして、重力による作用を表すオイラー手続き T_g と移流による作用を表すラグランジュ手続き T_a を定める。最後に、系の 1 ステップ (離散時刻 t から $t+1$) での時間発展を、手続きの逐次実行により、

$$\begin{pmatrix} m_{ij}^t \\ \mathbf{v}_{ij}^t \end{pmatrix} \xrightarrow{T_g} \begin{pmatrix} m_{ij}^* \\ \mathbf{v}_{ij}^* \end{pmatrix} \xrightarrow{T_a} \begin{pmatrix} m_{ij}^{t+1} \\ \mathbf{v}_{ij}^{t+1} \end{pmatrix} \quad (1)$$

と与える [5]。

重力による作用を表すオイラー手続き T_g では、格子点 ij のガス塊と他の格子点 kl のガス塊との重力相互作用により、格子点 ij のガス塊にガス塊速度 \mathbf{v}_{ij}^* が生じる。これより、重力手続き T_g は、

$$m_{ij}^* = m_{ij}^t, \quad (2)$$

$$\mathbf{v}_{ij}^* = \mathbf{v}_{ij}^t$$

$$-\gamma \tau_g \sum_{k=0}^{N_x-1} \sum_{l=0}^{N_y-1} \frac{(1 - \delta_{ik} \delta_{jl}) m_{kl}^t}{|\mathbf{r}_{ij} - \mathbf{r}_{kl}|^2} \frac{\mathbf{r}_{ij} - \mathbf{r}_{kl}}{|\mathbf{r}_{ij} - \mathbf{r}_{kl}|} \quad (3)$$

となる [5]。ここで、 γ は万有引力定数、 τ_g は力積時間であり、 δ はクロネッカーのデルタである。

移流による作用を表すラグランジュ手続き T_a では、セル (格子点を中心とする大きさ 1 の正方領域) を導入する。このとき、格子点 ij のガス塊を、セル ij 内部に一様に分布し、同じ流れ \mathbf{v}_{ij}^* で運ばれる、総質量 m_{ij}^* のガス粒子の集まりとして表現する。他のセル kl から流れ \mathbf{v}_{kl}^* に沿って運ばれたガス粒子同士は、移動先のセル ij 内部で衝突し、新たなガス塊となる。このとき、ガス粒子はその質量 m_{kl}^* と運動量 $m_{kl}^* \mathbf{v}_{kl}^*$ を、分配重み w_{ijkl}^* によりセル ij へと運ぶ [6]。これより、移流手続き T_a は、

$$m_{ij}^{t+1} = \sum_{k=0}^{N_x-1} \sum_{l=0}^{N_y-1} w_{ijkl}^* m_{kl}^*, \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_{ij}^{t+1} = \frac{1}{m_{ij}^{t+1}} \sum_{k=0}^{N_x-1} \sum_{l=0}^{N_y-1} w_{ijkl}^* m_{kl}^* \mathbf{v}_{kl}^* \quad (5)$$

となる [5]。ここで、

$$\begin{aligned} w_{ijkl}^* = & \left(\delta_{i[\tilde{k}]} \delta_{j[\tilde{l}]} + \delta_{i[\tilde{k}]+1} \delta_{j[\tilde{l}]} \right. \\ & \left. + \delta_{i[\tilde{k}]+1} \delta_{j[\tilde{l}]+1} + \delta_{i[\tilde{k}]} \delta_{j[\tilde{l}]+1} \right) \\ & \times \left(1 - \left| \tilde{k} - i \right| \right) \left(1 - \left| \tilde{l} - j \right| \right), \quad (6) \end{aligned}$$

$$(\tilde{k}, \tilde{l}) = (k + v_{xkl}^* \tau_a, l + v_{ykl}^* \tau_a) \quad (7)$$

である [5]。ここに、 $[\bullet]$ は床関数であり、 τ_a は移動時間である。

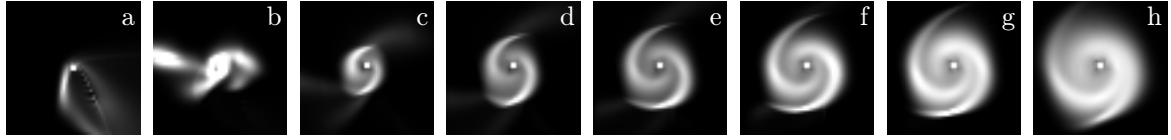


図 2: スパイラルパターンが形成される様子。ガス塊質量 m_{ij}^t の大小を明暗により 60 ステップ毎にプロット。(a) 時刻 $t = 420$ 、(b) $t = 480$ 、(c) $t = 540$ 、(d) $t = 600$ 、(e) $t = 660$ 、(f) $t = 720$ 、(g) $t = 780$ 、(h) $t = 840$ 。

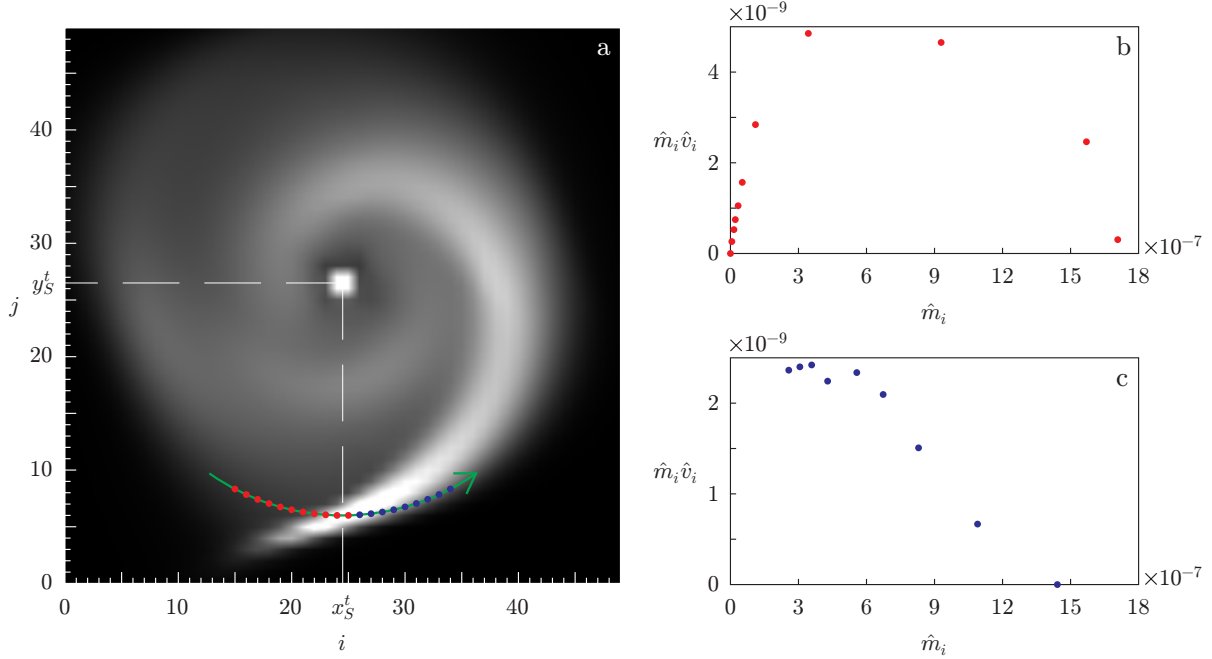


図 3: 腕を横切るガス粒子の渋滞。(a) 時刻 $t = 1360$ におけるガス塊質量 m_{ij}^t のスナップショット。緑の矢印は、中心星の周りを円運動するガス粒子の流れを表す。流れに沿ってガス粒子が腕に流入する側を赤い点 r_i ($i = 15, \dots, 25$) で表し、腕から流出する側を青い点 r_i ($i = 26, \dots, 34$) で表す。(b) 流入側における相対密度 \hat{m}_i に対する相対流量 $\hat{m}_i \hat{v}_i$ の様子。(c) 流出側における相対密度 \hat{m}_i に対する相対流量 $\hat{m}_i \hat{v}_i$ の様子。

3 シミュレーション

提案した天体形成の CML によるシミュレーションを行った^[5]。ここで、パラメータの値を、 $N_x = N_y = 50$ 、 $\gamma = 1$ 、 $\tau_g = \tau_a = 1$ とし、初期ガス塊質量を $0 \leq m_{ij}^0 \leq 0.0008$ の範囲における一様乱数で与え、初期ガス塊速度を $v_{xij}^0 = v_{yij}^0 = 0$ とした。また、境界条件を開境界とした。

図 2 に、時刻 $t = 420, 480, \dots, 840$ におけるガス塊質量 m_{ij}^t のスナップショットを示す。ガス塊は、まず、格子の中心へと集まり、中心星を形成する(図 2(a) 参照)。中心星は、その後、ガス粒子を放出する^[5](図 2(b) 参照)。放出されたガス粒子は、2本の腕を持つスパイラルパターンを形成する(図 2(c) ~

(h) 参照)。このとき、ガス塊は中心星の周りをケプラー運動(ほぼ円運動)している(このことは、ガス塊の回転曲線 — 中心星から半径 l_S におけるガス塊の平均の速さ $\bar{v}(l_S)$ が、 $\bar{v}(l_S) \propto l_S^{-1/2}$ となる — から確かめることができる)。

スパイラルパターンの形成機構を探るため、ケプラー運動するガス粒子が、その流れに沿って、腕を横切るときの振る舞いについて調べる。図 3(a) に、時刻 $t = 1360$ におけるガス塊質量 m_{ij}^t のスナップショットを示す。

まず、ガス粒子の流れを、中心星の位置 $r_S^t = (x_S^t, y_S^t)$ を中心とする、半径 $y_S^t - 6$ の円運動で近似し(図 3(a) 緑の矢印)、 x 座標 i を添え字とする円運動上の点 r_i ($i = 15, 16, \dots, 34$ 、図 3(a) 赤い点

(流入側)及び青い点(流出側)における、ガス塊質量 $\tilde{m}_i = \tilde{m}^t(r_i)$ 及びガス塊速度 $\tilde{v}_i = \tilde{v}^t(r_i)$ を求める。その際、任意の位置 $r = (x, y)$ における場の変数 $\tilde{a}^t(r)$ を、 r の周りの4つの最近接格子点における場の変数の重み付き平均により、

$$\begin{aligned}\tilde{a}^t(r) &= \tilde{a}^t(x, y) \\ &= \{1 - (x - \lfloor x \rfloor)\} \{1 - (y - \lfloor y \rfloor)\} a_{\lfloor x \rfloor \lfloor y \rfloor}^t \\ &\quad + (x - \lfloor x \rfloor) \{1 - (y - \lfloor y \rfloor)\} a_{\lfloor x \rfloor + 1 \lfloor y \rfloor}^t \\ &\quad + \{1 - (x - \lfloor x \rfloor)\} (y - \lfloor y \rfloor) a_{\lfloor x \rfloor \lfloor y \rfloor + 1}^t \\ &\quad + (x - \lfloor x \rfloor) (y - \lfloor y \rfloor) a_{\lfloor x \rfloor + 1 \lfloor y \rfloor + 1}^t\end{aligned}\quad (8)$$

と定める^[5]。円運動上の点 r_i は、中心星の位置 r_S^t を極とする極座標系における角度

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{i - x_S^t}{y_S^t - 6} \right) \quad (\pi \leq \theta \leq 2\pi) \quad (9)$$

を用いて、

$$r_i = (i, y_S^t + (y_S^t - 6) \sin \theta) \quad (10)$$

と与えられる^[5]。

次に、得られたガス塊質量 \tilde{m}_i 及びガス塊速度 \tilde{v}_i を用いて、相対密度 \hat{m}_i 及び相対流量 $\hat{m}_i \hat{v}_i$ を求める。相対密度 \hat{m}_i 及び相対流量 $\hat{m}_i \hat{v}_i$ は、

$$\hat{m}_i = \tilde{m}_i - \min_i \tilde{m}_i, \quad (11)$$

$$\hat{m}_i \hat{v}_i = \left(\tilde{m}_i - \min_i \tilde{m}_i \right) \left(|\tilde{v}_i| - \min_i |\tilde{v}_i| \right) \quad (12)$$

と定義される。ここで、 $\min_i \bullet$ は \bullet の i についての最小値を表し、 $\min_i \tilde{m}_i = \tilde{m}_{15} \sim 3 \times 10^{-7}$ であり、 $\min_i |\tilde{v}_i| = |\tilde{v}_{26}| \sim 0.2$ である。

図3(b)に流入側(図3(a)赤い点)、図3(c)に流出側(図3(a)青い点)における、相対密度 \hat{m}_i に対する相対流量 $\hat{m}_i \hat{v}_i$ の様子をそれぞれ示す。図3(b)、(c)から、相対密度 \hat{m}_i がおよそ 6×10^{-7} を超えた辺りから、相対流量 $\hat{m}_i \hat{v}_i$ が減少していること(渋滞^[7])が分かる。腕の手前で等速円運動していたガス粒子は、腕に入ると渋滞し、腕を抜けながら徐々に等速円運動へと戻っていく様子がうかがえる。これらのことから、腕は、ガス粒子の渋滞に伴う高密度領域の移動(この移動は、高密度領域へのガス粒子の流入出による後ろ向き速度(~ -0.1))を伴うため、領域内部のガス粒子の流れ(~ 0.2)よりも遅いもの(~ 0.1)となる^[5]によって形成される、動的パターン(密度波^[8])であると考えられる。

4 まとめ及び今後の課題

天体の形成機構を探るため、重力による作用を表すオイラー手続きと移流による作用を表すラグランジュ手続きから成るCMLを提案した。シミュレーションの結果、これら2つの手続きを考えるだけで、渦巻銀河や原始惑星系円盤に見られる、2本の腕を持つスパイラルパターンの形成が可能であることを報告した。腕の形成機構を探るため、中心星の周りのガスの運動を調べたところ、ガスは中心星の周りをケプラー運動しており、腕のところでは渋滞することが分かった。これらの結果から、腕は、ガスの渋滞に伴う高密度領域の移動によって形成される、動的パターン(密度波)であると考えられる。

今回報告した、腕を横切るガスの渋滞は、渦巻銀河における観測結果と定性的によく一致している。現在、そのデータに基づく、天体形成のCMLの検証を進めている^[5]。

また、ガスのみから成る天体のCMLでは、腕のみを持つスパイラルパターンが形成されたが、ガス中に微量のダストが含まれる天体のCMLでは、腕のみでなく星(腕同士之交差によって作られる)を持つスパイラルパターンが形成される^[9]。今後、このCMLの詳細についても、明らかにしていきたい。

参考文献

- [1] 小山博子, 小西哲郎, 物性研究 **76(1)** (2001) 100.
- [2] 土屋俊夫, 小西哲郎, 郷田直輝, 日本物理学会誌 **52(10)** (1997) 783.
- [3] 金子邦彦, 津田一郎, "複雑系双書1 複雑系のカオスのシナリオ", 朝倉書店 (1996).
- [4] K. Kaneko and T. Yanagita, Scholarpedia **9(5)** (2014) 4085.
- [5] E. Nozawa, Coupled Map Lattice for Spiral Arms, in preparation.
- [6] T. Yanagita and K. Kaneko, Physica D **82** (1995) 288.
- [7] 西成活裕, "渋滞学", 新潮社 (2006).
- [8] C. C. Lin and F. H. Shu, Astrophysical Journal **140** (1964) 646.
- [9] 野澤恵理花, 日本物理学会 2016 年秋季大会講演概要集 13pAK-13 (2016) 2715.