

信号群を通過する交通流の CA モデルにおける動的転移

飛田和寛, 長谷 隆

静岡大学大学院 工学研究科 機械工学専攻

概要

一連の信号によって制御された 1 次元道路交通における交通状態の動的転移について決定論的 CA モデルを用いて研究する. 信号交通の場合基本図は一般的にほぼ台形となる. しかしサイクルタイムが大きい場合はほぼ三角形となる. 交通状態及び動的転移は信号特性に大きく依存する. 動的転移に及ぼすサイクルタイム, スプリット, 及びオフセットタイムの影響を明らかにする.

Dynamic transitions in CA model of traffic flow through a series of signals

Kazuhiro Tobita, Takashi Nagatani

Department of Mechanical Engineering, Shizuoka University, Hamamatsu

Abstract

We study the dynamic transitions and fundamental diagram of vehicular traffic controlled by a series of traffic lights using a deterministic cellular automaton (CA) model. The CA model is not described by a set of rules but is given by a difference equation. The vehicular traffic varies highly with both signal's characteristics and vehicular density. The dependence of fundamental diagram on the signal's characteristics is clarified. At a low value of cycle time, the fundamental diagram displays the typical trapezoid, while it shows a triangle at a high value of cycle time. The dynamic transitions among distinct traffic states depend greatly on the signal's characteristics. The dependence of the transition points on the cycle time split, and offset time is clarified.

1 はじめに

都市部における交通渋滞は運輸システムやバスなどの公共交通に悪影響を与え都市機能の低下にもつながる深刻な問題であり, 早急な解消が必要とされる. 原因としてバスなどの公共交通に代表される低速車や交通事故, 道路工事, 踏切での停止など様々あるが, 中でも赤信号による交差点での停止の影響が最も大きいと考えられる. ほとんど全ての交差点に配置されている信号機であるが, 現在その制御は経験的にしか行われておらず非効率的である場合が多い. しかしながら信号による交通制御は都市交通の安全性保持の観点から不可欠である. 従ってより効率的な信号制御を行い, 信号に起因する交通渋滞の低減を行うことが必要である. そのために信号特性と交通状態の関係を明らかにすることが重要である[1]. 都市交通における交通状態は車両密度, 信号の周期であるサイクルタイム, サイクルタイムに対する青信号時間の割合であるスプリット, 各信号間の位相差であるオフセットタイム, 信号間距離, 及び 2 次元交通であることによる交差点での右折車と直進車との相互作用などさまざまな要因が関係しあ

い複雑に変化する. 従って信号特性の交通状態に与える影響を研究するために本研究では決定論的 CA モデルを用いた 1 次元信号交通の数値シミュレーションを行う. 特定のサイクルタイム, スプリット, 及びオフセットタイムについての研究[2]はなされているが, サイクルタイムの変化に対する交通相の動的転移や, 信号特性と動的転移の関係性を明らかにするには至っていない. 本研究では広範囲でのサイクルタイム, スプリット, オフセットタイムにおいて数値シミュレーションを行い基本図(流量曲線)との関係について研究する. さらに動的転移とサイクルタイム, スプリット, 及びオフセットタイムとの関係を明らかにする.

2 CA モデルと信号戦略

2.1 道路モデルと信号制御

信号制御及び車両密度と交通状態との関係を研究するため, 道路長 L (セル)の 1 次元道路上に多数の信号を等間隔に配置した道路モデルを考える. 信号は信号間距離 l (セル)ごとに 1 つのセルを割り当てるか

たちで配置するが、車両は信号を配置したセル上にも存在することができる。各信号には道路上流から下流に向かって $1, 2, \dots, i, i+1, \dots$ と順に番号をつける。各信号は簡単化のため青信号と赤信号のみとし、周期的に変わるものとする。時刻 t における信号 i の信号色を下記の関数によって決定する。

$$H\left[t + t_{\text{phase}}(i) - t_s \left\{ \text{int}\left(\frac{t + t_{\text{phase}}(i)}{t_s}\right) \right\} - S_p t_s\right] \quad (1)$$

ここで(1)式中の $t_{\text{phase}}(i)$ は信号 i の信号位相である。 t_s はサイクルタイムで青信号と赤信号の時間の和である信号の1周期を表す。 S_p はスプリットで t_s に対する青信号時間の割合である。 $H[\]$ は *Heaviside* 関数で関数内が負である場合に0、負でない場合に1と定義される。各信号は *Heaviside* 関数が0である場合に青信号、1である場合に赤信号となる。

以下のシミュレーションでは t_s, t_{phase} ではなく無次元サイクルタイム T_s 及び無次元オフセットタイム τ を用いる。それらを下記のように定義する。

$$T_s = t_s v_{\text{max}} / l \quad (2)$$

$$\tau = (t_{\text{phase}}(i+1) - t_{\text{phase}}(i)) v_{\text{max}} / l \quad (3)$$

車両の最高速度 v_{max} 、信号間距離 l によって無次元化することで v_{max}, l が変化しても本研究の結果は本質的に変わらず、一般性を持たせることができる。

信号の制御方法として代表的なものが同期戦略とグリーンウェーブ戦略である。同期戦略では道路上の全ての信号の位相を等しくすることで、同時に全ての信号を変える。それに対してグリーンウェーブ戦略では各信号の位相に差を与えることによって道路上の信号を順に変える。これにより青信号は波のように道路上を伝播する。伝播方向は各信号間の位相差が負である場合に車両の進行方向と等しくなり、正である場合にそれとは逆方向になる。本来グリーンウェーブ戦略では車両の進行方向に青信号の波を伝播させるのだが、日本は対面交通であるため対向車線では伝播方向は逆になる。従ってどちらの場合についても研究を行う必要がある。本研究では同期戦略とグリーンウェーブ戦略の2つの場合での研究を行う。

2.2 信号制御された1次元道路のCAモデル

本研究ではいろいろな交通状態への動的転移を明らかにするため、各車両の前進運動に確率的セルオートマトン(Nagel-Schreckenberg)モデル[3]ではなく、決定論的セルオートマトンモデルであるFukui-Ishibashiモデル[4]を用いる。ランダム性を排除したことによりNSモデルとは異なり車両の運動を簡単な方程式によって記述でき、また動的転移点ははっきりさせることができる。

信号制御された1次元道路上の車両 i の時刻 $t+1$ における位置は $x_i(t)$ を用いた下記の運動方程式によって記述できる。

$$\begin{aligned} x_i(t+1) = & \min[x_i(t) + v_{\text{max}}, x_{i+1}(t) - 1] \\ & \times \left\{ 1 - H\left[t + t_{\text{phase}}(n) - t_s \left\{ \text{int}\left(\frac{t + t_{\text{phase}}(n)}{t_s}\right) \right\} - S_p t_s\right] \right\} \\ & + \min[x_i(n) + v_{\text{max}}, x_{i+1}(t) - 1, x_{s,i}(t) - 1] \\ & \times H\left[t + t_{\text{phase}}(n) - t_s \left\{ \text{int}\left(\frac{t + t_{\text{phase}}(n)}{t_s}\right) \right\} - S_p t_s\right] \quad (4) \end{aligned}$$

ここで $\min[\]$ は \min 関数で関数内のうち最小のものをとる。 $t_{\text{phase}}(n)$ は車両 i の直前方信号 n の信号位相である。 $x_{s,i}(t)$ は時刻 t における車両 i の直前方信号 n の位置で下記のように表わされる。

$$x_{s,i}(t) = l \left\{ \text{int}(x_i(t)/l) + 1 \right\} \quad (5)$$

前方の信号が青信号の場合は右辺第1項の \min 関数によって車両 i のから v_{max} 前方セルと前方車両 $i+1$ の1つ後方セルとを比較する。また前方の信号が赤信号の場合は右辺第2項の \min 関数によって車両 i のから v_{max} 前方セルと前方車両 $i+1$ の1つ後方セル、前方信号 n の1つ後方セルとを比較する。そして最も車両 i に最も近いセルへ移動する。

3 数値シミュレーションと結果

3.1 シミュレーション条件

道路上に配置した一連の信号のサイクルタイム、スプリット、及びオフセットタイムを変化させてそれらが道路交通に与える影響を研究する。境界条件を周期境界条件とする。グリーンウェーブ戦略を行う際に信号が周期的に変化するようサイクルタイムの値に応じて信号数を変える。信号数が数個と極端に少ない場合は信号数により計算結果に違いが出るが、信号数が十分に多くなると信号数が交通に与える影響はほとんどなくなる。本研究では信号数による影響がなくなる40~100の間で信号数を変化させる。信号間距離は $l=40$ で一定とする。道路長 L は信号数に応じて1600~4000の間で変化する。シミュレーション時間を5000以上の T_s の倍数とし、そのうち定常時間は4000程度の T_s の倍数とする。これは計算時間及び定常時間を T_s の倍数とすることで計算時間中の青信号と赤信号の総時間の比を $S_p : 1-S_p$ と等しくするためである。車両の最高速度 v_{max} を4とする。はじめ全ての車両を等間隔に配置する。以上の条件で数値シミュレーションを行い以下の結果を得た。

3.2 シミュレーション結果

図1(a),(b)に横軸に密度、縦軸に流量をとった基本図を示す。図1(a)は信号の有無による比較で、 \dots が信号を配置しない場合、 --- が $S_p=0.5, T_s=3.0, \tau=0$ の信号を配置した場合の流量曲線である。また図1(b)は T_s の値による比較で、 --- が $T_s=4.0, \text{-.-.}$ が $T_s=5.0, \text{---}$ が $T_s=8.0, \text{---}$ が $T_s=10.0$ の場合の流量曲線である。信号を配置した場合は全ての密度域において流

量が減少する。また流量の飽和が起こる飽和交通流相が表れ基本図は台形状となる。信号を配置しない場合の交通相は2相であるが、信号がある場合はより多くの相に分かれる。転移点は最大で4点存在し交通相は5つに分けられる。転移点 a までの領域では1台もしくは数台の車群で走行する。車両密度が小さいため車群同士が相互作用することなく信号での停止を除いて最高速度で走行できる。転移点 a, b 間の領域では車両密度が増加したことで各車群は分裂と他の車群との合流を繰り返しながら走行するため交通パターンは先ほどと異なる。転移点 b, c 間の領域は飽和交通流相で信号手前での渋滞が各信号間を後方へと伝播する。発生した渋滞波は比較的小さなもので後方の信号まで伝わることなく消滅する。転移点 c, d 間の領域では渋滞波が1つ以上後方の信号を越えて伝播する。転移点 d 以降では一度発生した渋滞波は消滅することなく道路全体を伝播する。

T_s の値によって交通相の転移点の数が増え基本図の形は最大で図1(a),(b)に示した5通り存在する。 $T_s=5.0$ の場合は $T_s=4.0$ と比較して飽和交通相の領域が狭くなる。 $T_s=8.0, 10.0$ のようにサイクルタイムが信号間移動時間に対して大きい場合は飽和交通相が消滅しほぼ三角形となる。

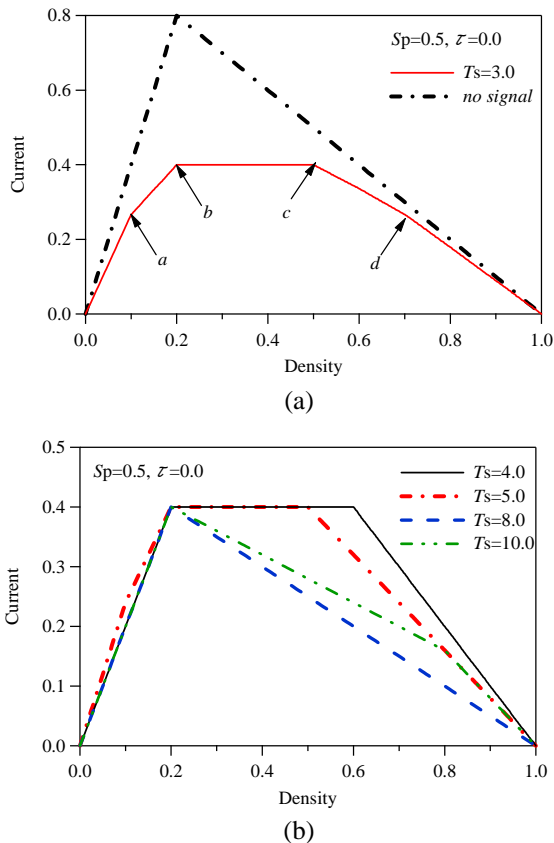


図1. $S_p=0.5, \tau=0.0$ における基本図

本研究では複数存在する転移点の中で最大流量(飽和流量)に関係する転移点 b 及び c に注目し、その転移密度である ρ_c^b 及び ρ_c^c の T_s, S_p, τ との関係の研究する。図2(a), (b)に $S_p=0.25, 0.5, 0.75, \tau=0.0$ における転移密度 ρ_c^b, ρ_c^c の T_s に対するプロット図と横軸を

青信号時間 $T_s S_p$ にスケールした図を示す。図2(a)はサイクルタイムによる動的転移を表している。ここで $\square, \circ, \triangle$ はそれぞれ $S_p=0.25, 0.5, 0.75$ における ρ_c^b のプロット、 $\blacksquare, \bullet, \blacktriangle$ はそれぞれ $S_p=0.25, 0.5, 0.75$ における ρ_c^c のプロットである。

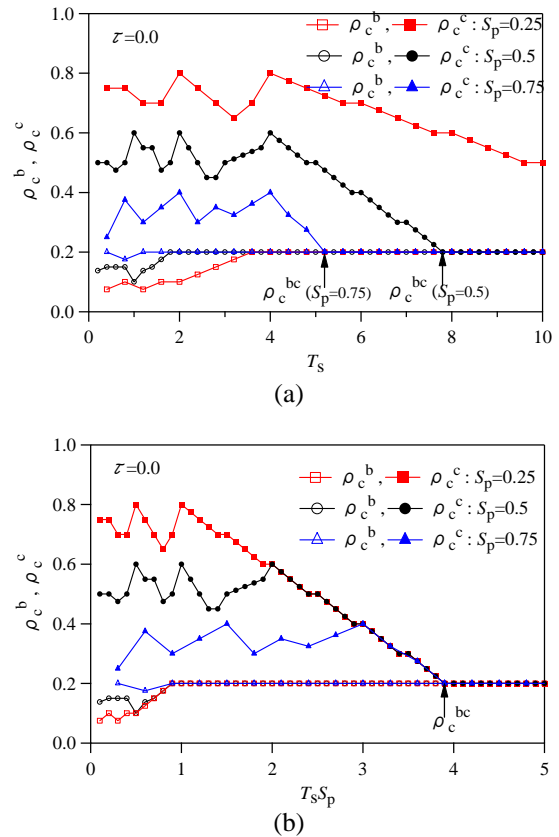


図2. $S_p=0.25, 0.5, 0.75$ の場合の T_s に対する転移密度 ρ_c^b, ρ_c^c のプロット図、(a)スケリング前。(b)横軸を青信号時間 $T_s S_p$ としたもの。

各 S_p において ρ_c^b と ρ_c^c の間の領域が飽和交通相である。 ρ_c^b は $T_s=1.0$, ρ_c^c は $T_s=4.0$ を境界としてその前後で変化の様子が異なる。それ未満では転移密度が上下動を示すが、これは T_s によって不安定に変化するためである。それ以上では転移点は T_s に対し直線的に変化する。 ρ_c^b は $S_p=0.25, 0.5, 0.75$ の場合にそれぞれ $T_s \geq 1.2, 1.8, 3.6$ で一定密度0.2となる。 ρ_c^c は $T_s=4.0$ において全ての S_p で減少に転じ、図中矢印で示した点で転移点 b, c は一致する。これ以上の T_s では飽和交通相は存在せず基本図は三角形形状となる。このように S_p によって動的転移曲線が大きく異なる。これは各転移点の出現条件によるものである。転移点 b は(I)信号手前で停車した車両が次に青信号の間に通過できない(転移密度増加部分)、(II)赤信号で停止した車群に後方信号からの車群が追いつき渋滞波が発生(転移密度一定部分)のどちらかを満たす場合に現れる。転移点 c は(III)渋滞波が1つ以上の後方信号まで到達するとき現れる。(I), (III)は青信号時間と信号手前の停車車数によって、(II)は信号手前の停車車数とオフセットタイムによって決定される。 S_p が

大きくなると青信号時間が長くなるため ρ_c^b の右上りの部分は増加し ρ_c^c は減少する. 従って横軸を青信号時間である $T_s S_p$ にスケールすることで図 2(b)のようにそれぞれの動的転移曲線は部分的に 1 つの曲線に一致しそれぞれ下記の方程式で表せる.

$$\rho_c^b = g_1(T_s S_p) \quad (6)$$

$$\rho_c^c = g_2(T_s S_p) \quad (7)$$

ここで g_1, g_2 はスケール関数である.

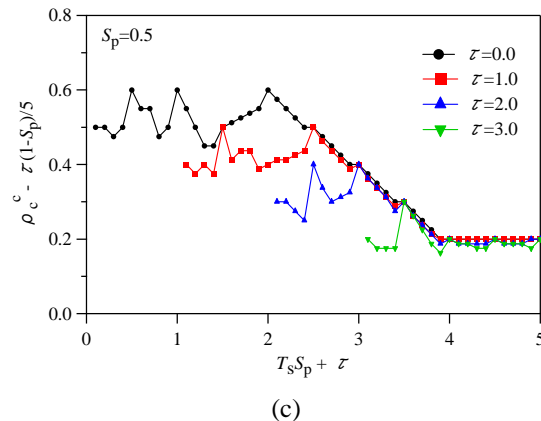
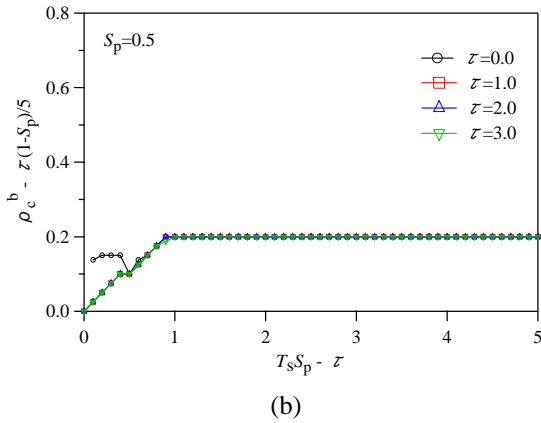
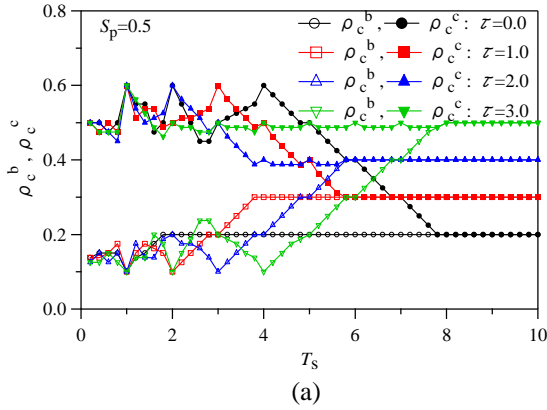


図 3. $S_p=0.5$ における $\tau=0.0, 1.0, 2.0, 3.0$ の T_s に対する ρ_c^b, ρ_c^c のプロット図, (a)スケール前. (b), (c)は(a)の ρ_c^b, ρ_c^c のプロットの縦軸と横軸をスケールしたもの.

次に無次元オフセットタイム τ を変更して τ と動的転移曲線との関係を研究する. 図 3(a)-(c)に $S_p=0.5$

における $\tau=0.0, 1.0, 2.0, 3.0$ とした場合の ρ_c^b, ρ_c^c の T_s に対するプロット図を示す. ここで図 3 の $\circ, \square, \triangle, \nabla$ はそれぞれ $\tau=0.0, 1.0, 2.0, 3.0$ における ρ_c^b のプロット, $\bullet, \blacksquare, \blacktriangle, \blacktriangledown$ はそれぞれ $\tau=0.0, 1.0, 2.0, 3.0$ における ρ_c^c のプロットである. オフセットタイムが正であるので前方信号は早く青信号になる. 前方信号で停止していた車群はその分早く発進できるので渋滞波が発生しにくくなる. そのため図 3(a)において τ が大きくなるに従って ρ_c^b, ρ_c^c が一定となる密度は高密度側に移動する. それに伴い ρ_c^b が一定となる T_s は τ の分だけ大きくなり ρ_c^c が一定となる T_s は τ の分だけ小さくなる. 従ってそれぞれ横軸を $T_s S_p - \tau, T_s S_p + \tau$, 縦軸を $\rho_c^b - \tau(1-S_p)/5, \rho_c^c - \tau(1-S_p)/5$ とすることで 2 つの動的転移曲線を図 3(b),(c)のように部分的に 1 本の曲線に一致させることができる. このようにスケールを行うことで部分的に 2 つの動的転移曲線は下記の方程式で記述でき, S_p, τ が異なる場合でも各転移密度を 1 つの方程式で扱うことができる.

$$\rho_c^b = \tau(1-S_p)/5 + g_3(T_s S_p - \tau) \quad (8)$$

$$\rho_c^c = \tau(1-S_p)/5 + g_4(T_s S_p + \tau) \quad (9)$$

ここで g_3, g_4 はスケール関数である.

4 まとめ

信号制御された 1 次元道路交通の決定論的 CA モデルを用いた数値シミュレーションを行った. サイクルタイム, スプリット及びオフセットタイムと交通状態及び動的転移との関係を研究し以下の結論を得た.

- 1) サイクルタイム, スプリット, 及びオフセットタイムにより変化する交通相が最大で 5 相であることと各交通相での車両の挙動を明らかにした.
- 2) 信号交通の基本図は赤信号により流量が制限され台形状になるが, 車両の信号間移動時間に対して青信号時間が 3.8 倍以上になると飽和交通相が消滅し, 三角形になることを明らかにした.
- 3) スプリット, オフセットタイムによって変化する動的転移曲線が部分的にスケールを行うことができることを発見した. またスケール関数を用いることにより 1 つの方程式で記述できることを明らかにした.

参考文献

- [1] B. A. Toledo, E. Cerda, J. Rogan, V. Munoz, C. Tenreiro, R. Zarama, J. A. Valdivia, Phys. Rev. E 75 (2007) 189701.
- [2] T.Nagatani. PhysicaA 388 (2009) 1673-1681.
- [3] K.Nagel, M.Schreckenberg, J. Phys. I France 2 (1992) 2221.
- [4] M.Fukui, Y.Ishibashi, J. Phys. Soc. Japan 65 (1996) 1868.