

Ultimatum Game におけるネットワークと戦略適応の 共進化モデルに基づく社会的協調の自己組織化

宮地浩平¹, 谷本潤², 萩島理², 小窪 聡³

¹九州大学工学部 エネルギー科学科

²九州大学大学院 総合理工学研究院 エネルギー環境共生工学部門

³九州大学大学院 総合理工学府 環境エネルギー工学専攻

概要

本稿では戦略とネットワークの共進化を適用した Ultimatum Game を取り上げ、様々なリンク切断プロトコルを提示し、それらが均衡に及ぼす影響を数値実験によって明らかにした。本研究における Ultimatum Game では相手へのオファー p をパラメーター b で増幅させる枠組みを導入し、既往の Ultimatum Game の定義を拡張している。この「他者へ多く供出することが高い社会利得を生み出す」とのゲーム機構下では、社会均衡の効率性は、共進化モデルにおけるリンク切断プロトコルによって大きく影響されることが明らかになった。

Self-organized social cooperation emerged by a co-evolution model for both strategy and
network topology in Ultimatum Games

Kouhei Miyaji¹, Jun Tanimoto², Aya Hagishima², Satoshi Kokubo²

¹Department of Energy Science and Engineering, School of Engineering, Kyushu University

²Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University

Abstract

A series of simulations elucidates how link severing protocols, in the co-evolutionary model based on Ultimatum Games, affect on social equilibriums. We expand the basic concept of Ultimatum Games by defining the amplifying factor; b that boosts an offer to neighbors; p , where one can reproduce the intensive social mechanism amplified by mutual interdependence, or say reciprocity. The result reveals that the game equilibrium implying social efficiency is significantly influenced by which link severing protocols in the process of evolving network topology is assumed.

1. Introduction

自己利得最大化のために利己的行動を採ると社会全体効用が低下する社会ジレンマは環境問題をはじめ様々な場面で観察される。人間やその他の生物種では、各自が他利的行動を採り協調を自己組織化することで、社会ジレンマを克服している。経済学をはじめとする社会科学や理論生物学では、協調の自己組織化を解析する数学的枠組みとして進化ゲーム理論が適用されてきた。初期の無秩序な状態（各自が利己的に振る舞う状態）から協調が自己組織化する機構と相転移により結晶構造が成長するメカニズムとのアナロジーから、近年、進化ゲーム理論は統計物理学においてもホットな研究課題になっている。

ジレンマ克服の互恵機構に関しては、Nowak[1]の理論

的考察により、大きく5つの枠組みが示され、要括すればそれらは何れも如何にして well-mixed な状態から匿名性を減らして社会粘性を増大させるかのメカニズムであると云える。本研究では、5つの機構の一つであるネットワーク互恵に注目する。本研究では進化ゲーム理論研究で標準的テンプレートとして頻用される2×2(2人2戦略)ゲームに代わって Ultimatum Game を取り上げる。これは、①人間社会における非対称な相互関係を記述でき、②人間意志決定機構を模擬するに適切である連続値戦略空間[2]でゲームが定義できるとの事由による。提示モデルでは、戦略進化に加え、固定グラフ上のネットワークゲームに、所謂、Game Exit Option[3]を付加したネットワーク進化の機構を考慮する[4]。

2. Model

社会を構成する N エージェントは、グラフ topology で規定される隣人集合を有する。各時間ステップで、各エージェントは全隣人とゲーム対戦をした後、ランダムに focal とその隣人 1 人 (すなわち 1 本のリンク) が選ばれ w の確率でネットワーク適応し、さもなくば戦略適応を行う。すなわち、エージェントの適応は asynchronous に行われる。このプロセスを均衡に達するまで続け、戦略とネットワークとを進化させる。

2.1. 拡張 Ultimatum Game

エージェント i は $[0,1,0]$ の実数で定義された戦略 (p_i, q_i) を有する。拡張 Ultimatum Game では、1 回のゲーム対戦は各エージェントが Proposer と Responder になる 2 局より構成される。エージェント i が Proposer となる場合は、手元に $1-p_i$ を残し、対戦相手の Responder エージェント j に p_i をオファーする。もしオファー p_i が Responder の戦略 (p_j, q_j) で定義される許容額 q_j よりも大きければゲームは成立し、Proposer は $1-p_i$ 、Responder は Proposer のオファー p_i にパラメーター b をかけた bp_i を得る。もしオファー p_i が許容額 q_j よりも小さければそのゲームは不成立となって両者利得は 0 となる。このゲームを Proposer と Responder の役回りを交代し 2 回行う。エージェント i が j と対戦して得る利得をまとめると以下になる。

$$\pi_{ij} = \begin{cases} 1-p_i + bp_j, & (p_i \geq q_j \text{ かつ } p_j \geq q_i) \\ 1-p_i, & (p_i \geq q_j \text{ かつ } p_j < q_i) \\ bp_j, & (p_i < q_j \text{ かつ } p_j \geq q_i) \\ 0, & (p_i < q_j \text{ かつ } p_j < q_i) \end{cases} \dots (1)$$

拡張 Ultimatum Game の均衡時における社会全体の利得 Π_{total} は、平均場近似が適用出来て、ネットワーク平均次数を $\langle k \rangle$ 、均衡時の社会平均オファー \bar{p}^* により、

$$\Pi_{total} = \langle k \rangle N (1 - \bar{p}^* + b\bar{p}^*) \dots (2) \\ = \langle k \rangle N \{1 - (1-b)\bar{p}^*\}$$

で与えられる。 $b=1.0$ の場合、Proposer がオファーするのと手元に残置するとの合算は 1 になるので、ネットワーク適用により進化した均衡時の次数分布と社会利得分分布とは同形となる。しかし、 $b \neq 1.0$ の場合、喩え全エージェントのオファーが成立している均衡であっても、エージェント毎に異なる p により各自の利得は異なってくるので、次数分布と利得分分布の形状は異なる。本稿では、 $b=1.0$ と $b=2.0$ を仮定した。

2.2. ネットワーク適応

focal となるエージェント i とその隣人 j をランダム選択し、以下に述べる 5 つの切断プロトコルでリンクの切断、保持を決定する。切断を行ったエージェントは、ネットワーク上の全エージェントからランダム選択したエージェント k に新規のリンクを架ける (但し自己接続、2 重接続を禁ず)。また、隣人が存在せずゲームが出来ない Lonely の出現を極力抑えるため、focal か隣人どちらかが次数 1 の場合は次数が 1 でないエージェントが無条件に切断される (但し次数 1 同士の場合は切断プロトコルに

則りどちらかが切断される)。本稿では、Gao ら[4]が仮定した Responder 基準切断プロトコルに加え、新たに 4 つの切断プロトコルを設定して実験を行った。切断を行ったエージェントが新たな相手 k とランダム接続し、両者のオファーが成立した $p \geq q_j$ かつ $p \geq q_i$ のとき、 i, j リンクは保持され、両者のオファーが共に拒否された $p < q_j$ かつ $p < q_i$ のとき、 i, j リンクは崩壊し、ランダムに決定した i か j のどちらか一方が新たな相手 k とランダム接続するとの処理は 5 つの切断プロトコルで共通である。

- Responder 基準切断プロトコル

$p \geq q_j$ かつ $p < q_i$ のとき、 i は j とのリンクを切断する。

$p \geq q_i$ かつ $p < q_j$ のとき、 j は i とのリンクを切断する。

- Proposer 基準切断プロトコル

$p \geq q_j$ かつ $p < q_i$ のとき、 j は i とのリンクを切断する。

$p \geq q_i$ かつ $p < q_j$ のとき、 i は j とのリンクを切断する。

- オファー比率基準切断プロトコル

$p \geq q_j$ かつ $p < q_i$ または、 $p < q_j$ かつ $p \geq q_i$ のとき、確率 $p/(p+p_j)$ で i は j とのリンクを切断し、さもなくば j は i とのリンクを切断する。

- 寛大さ比率基準切断プロトコル

$p \geq q_j$ かつ $p < q_i$ または、 $p < q_j$ かつ $p \geq q_i$ のとき、確率 $(p-rq_j)/(p-rq_i+p_j-rq_j)$ で i は j とのリンクを切断し、さもなくば j は i とのリンクを切断する。

- インセンティブ比率基準切断プロトコル

$p \geq q_j$ かつ $p < q_i$ または、 $p < q_j$ かつ $p \geq q_i$ のとき、確率 $(2p-rq-rp_j)/(p+p_j-rq-rq_j)$ で i は j とのリンクを切断し、さもなくば j は i とのリンクを切断する。

Responder 基準では、オファーを受け取らなかったエージェントにリンク切断権を与えている。これは、相手オファーが自己受容閾値より小さいと不満を感じるとの前提に依拠している。Proposer 基準では、相手のオファー受容閾値が自分のオファーより大きいと不満を感じるとの前提に依るものである。オファー比率基準では、確率 $p/(p+p_j)$ で i 、さもなくば j に切断権を付与するもので、Responder 基準や Proposer 基準で許容されている、オファーがそれなりに大きいのに切断される、またはかなり低めの許容閾値であるのに切断されるといった不合理な切断状況を解消している。寛大さ比率基準では $(p-rq_j)/(p-rq_i+p_j-rq_j)$ で確率的に切断権を付与する。これは、 p と q の差が大きい寛大なエージェントほど切断権を手に入れるべきであるという考えに依拠している。インセンティブ比率基準は、確率 $(2p-rq-rp_j)/(p+p_j-rq-rq_j)$ で i 、さもなくば j に切断権を付与している。インセンティブ比率基準の考え方は、本来対戦する 2 人のエージェントは明確に相手の許容閾値を知ることが出来ない筈であるという前提に基づき、相手の受容閾値を自身のオファー額と置き換えて自分の寛大さを $p-rq_j$ 、相手の寛大さを p_j-rp_i と評価し、その差 $2p-rq-rp_j$ を i のインセンティブ、同様に $2p_j-rq-rp_i$ を j のインセンティブと定義してインセンティブの比率に応じた確率で切断権を付与する。

2.3. 戦略適応

エージェント i はリンクで繋がった隣人からランダム選択したエージェント j との間で以下の確率で定義されるペアワイズ比較を行い、 j の戦略 (p_j, q_j) をコピーするかどうかを決める。

$$P_{j \rightarrow i} = \frac{\pi_j - \pi_i}{(1+b) \max\{k_i, k_j\}} \dots (3)$$

実際にコピーイベントが生起する場合には、一様分布 $[-0.005, +0.005]$ で定義するノイズ δ を、 p と q の戦略値に印加する。

3. Results

$N=1000$, 初期ネットワークは平均次数 $\langle k \rangle = 12$ の E-R ランダムグラフ[5]とし、 $b=1.0$ と、 $b=2.0$ の2パターンにおいて前章で述べた5つの切断プロトコルで、 w を変えながらシミュレーションした。図1に各切断プロトコルにおける均衡時の社会平均戦略 p, q と w の関係を示す。なお、値は10アンサンブル平均を採っている。また、図には示さないが、ネットワーク適応により、**topology** は初期の **Poisson** 分布から次数帯域によって部分的に **Scale-Free** 性を有するヘテロな次数分布へと進化する(切断プロトコルや b には大きく依存しない)。

空間構造のない **Ultimatum Game** の Nash 均衡は $(p, q) = (0, 0)$, すなわち **well-mixed** で対戦する状況下では、 p, q はともに0に吸引される利己的均衡へと陥る。固定ネットワーク上のゲーム ($w=0$ に相当) も含め、エージェント間に空間構造があれば $p \neq 0$ で均衡し、(程度は問わず) 他利戦略へと進化するという点においては互恵関係が構築されていると言える。Proposer 基準を除けば、ネットワーク適応確率 w が大きくなるほど、固定グラフ上のゲームよりも大きな p へと進化しており、より強い互恵関係が創発することがわかる。これは、 2×2 ゲームにおける検討で **Tanimoto**[6]が指摘しているように、戦略適応に対してネットワーク適応の時間スケールが短くなることで、協調進化に利していることによる。つまり、focal エージェントはリンク切断プロトコルで定義された不都合な相手戦略との関係を即座に解消出来るので、 p の大きな戦略の生き残りが可能になっていると考えられる。 $b=1.0$ では p の大小によらずゲームが成立していれば、社会平均利得は同値となるが、 $b=2.0$ では大きな p ほど社会平均利得は大きい。以下ではリンク切断プロトコルごとに見ていこう。

$b=1.0$ の場合、 w 大のとき **Responder** 基準では、オファー p は0.9周辺のかかなり大きな値に、それに伴ってオファー受容閾値 q は0.4前後で均衡している。**Responder** 基準では、いかに大きなオファーをしても、相手の許容値が大きくて不成立となれば、オファーの主は確定的に切断される。各エージェントの利得は隣人との全対戦で獲得した利得積算なので、自らの次数を大きくする側、つまり相手に切断されない方向へと社会は進化する。切断されないためには、「気前のよい」ことが適応的になるから、大きな p となる。

Proposer 基準では、 q は0に漸近し、 p はそれより大き

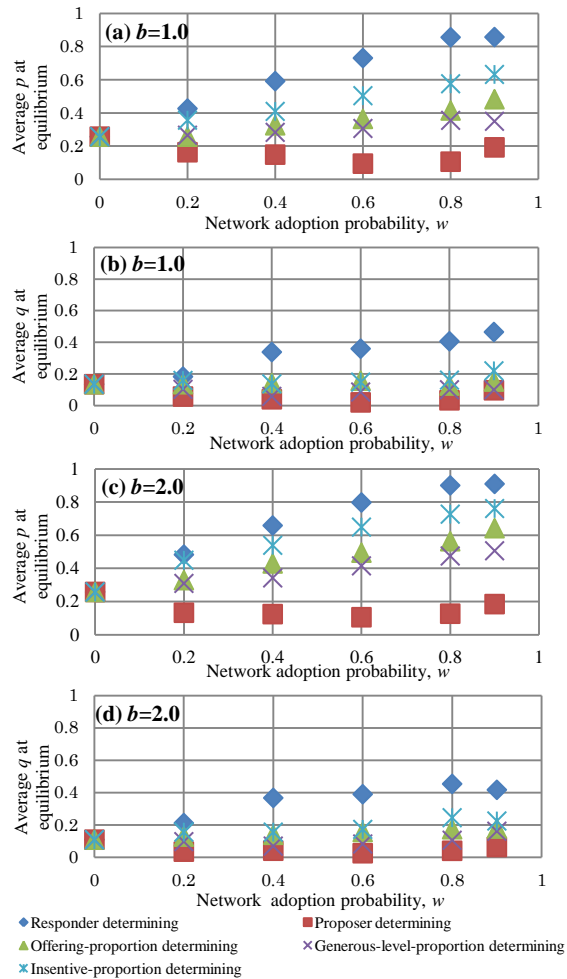


Fig.1 Average p and q at equilibrium on each w . (a) & (b) are p and q in case of $b=1.0$, while (c) & (d) indicating same in case of $b=2.0$.

いが絶対的には小さな値に落ちつく。このプロトコルは、どんなに小さなオファーであろうとも対戦相手のオファーを拒否し、ゲームを不成立にしたエージェントのリンクが確定的に切断される。そのため、リンクの切断を免れ、自らの次数を減じさせないためには、「寛大な」ことが適応的になるから、 q が小さい均衡に至ったと考えられる。

オファー比率基準では、オファー大ほど高い確率で切断権を手に入れることが出来、自らの次数減少を免れ得るので、 w 大に従って p が大きくなっているが、**Responder** 基準ほどではない。これは確率で切断権を付与するため確定的に切断権を与える **Responder** 基準ほど進化の帰結が極端なものとならないことによる。

寛大さ比率基準は、 w 大に従って p と q の差が徐々に大きくなっていく。これは p と q の差を大きくすることでより切断権を手に入れやすくなるからであると推測できる。

インセンティブ比率基準では、 i のインセンティブ $2p_i - q_i - p_j$ と j のインセンティブ $2p_j - q_j - p_i$ の比率によって確率的に切断権を付与する。これは自身のオファーを大きくすることで自分のインセンティブを上昇させることがで

きると同時に相手のインセンティブを下げることもできるため、先の2つのプロトコルよりも p 大への進化が(但し、Responder 基準よりは低い) 促進されたものと考えられる。

以上より、 $b=1.0$ の場合では、戦略値の最終的な均衡点は共進化における切断プロトコルの条件設定に大きな影響を受けている事が分かった。特に、固定グラフ上よりも p がかなり大きな値へと均衡する Responder 基準と、 q がかなり小さな値へと均衡する Proposer 基準の結果から、確定的な切断プロトコルは確率的な切断プロトコルに比べて w が小さい値でも急激にネットワーク上のエージェントの戦略に影響を及ぼすことが分かった。

図2に p と q の均衡値を w の値ごとに描き入れ線で結んで示した。また、背景のコンターはリンク1本当たりで稼ぎ出される利得の社会平均を示している。 $b=2.0$ では、この値が社会効率を意味する。

Responder 基準では $b=2.0$ は $b=1.0$ のときに比べてわずかにオファーが大きくなっているが大差ない。これは切断プロトコルの特性により、 $b=1.0$ でも既に十分大きな p へと進化しており、利得構造変容の (b が大きくなることによる) の影響を受ける余地はないからだと考えられる。

Proposer 基準の場合、 $b=2.0$ ($b=1.0$ でも然り) では $w=0$ (●) に比べて $w>0$ では社会全体の利得が減少する方向へと進化している。これはオファーを大きくして大きな利得を獲得するよりも、隣人を奪われて利得が減少してしまう影響の方が、適応上有意であったことを示唆している。 $b>1$ となったことで、オファーを大きくすれば、より利得の大きい、かつ公平な Pareto 最適を達成出来るのに、いわば不適切なリンク切断プロトコルを仮定したが故に、却って固定グラフ上の均衡より社会利得は悪化してしまっている。共進化によりリンク切断することが、Ultimatum Game 以外のゲーム性を系に付加し、リンク消失による利得減少が、互惠による利得増大の影響を凌駕し、結果的に共進化のない固定グラフ上ゲームの均衡より劣位の均衡にしか至り得なくなっている。勿論、この「リンク切断権を自他のどちらが取るか」のゲームジレンマ性は、どの切断プロトコルであっても存在するのだが、Proposer 基準にあつては $b=2.0$ では共進化が却って逆効果になるとの興味深い結果となって現れたわけだ。

オファー比率基準、寛大さ比率基準、インセンティブ比率基準は、どれも $b=1.0$ に比べて $0.1\sim 0.2$ 程度 p が大きくなっており、ネットワーク適応速度が大きくなるに従って社会効率が大きくなっている。これは利得構造の影響を受けて p が enhance されたと考えられる。

4. Conclusion

相手へのオファーが増幅されるメカニズムを考慮した拡張 Ultimatum Game を定義し、実数2次元の戦略であるオファーとオファー許容値(p, q)の適応に加え、リンク切断によるネットワーク適応を考慮した共進化モデルを構築した。また、Gao らが定義した Responder 基準に加え、

様々なリンク切断プロトコルを提示し、数値実験を行った。

各エージェントの(p, q)の平均値は社会均衡であり、上記の他者へのオファーの増幅を考慮する場合、 p の値は社会効率を意味するが、この値は共進化の切断プロトコルにより大きく異なることが明らかとなった。

他者へのオファーの増幅を考慮する場合、Responder 基準が、より効率的な社会均衡へと誘導することが示唆されたが、この切断プロトコルは、相手からの切断を免れるためひたすら大きなオファーを出す方向の進化を社会にもたらし、現実的には様々な非合理性を生み、ある種の社会頑強性を消失せしめる(相手に媚びるまでの大きなオファーを指向する)可能性もある。この点から考量すると、提示中のインセンティブ基準は、Responder 基準に次ぐ高い社会効率性を達成出来、自他のオファーと許容閾値の大小関係に応じてリンク切断権付与する、社会的には「理に適った」プロトコルであると言えよう。

References

- [1] Nowak, M.A.; Five Rules for the Evolution of Cooperation, *Science* 314, 1560-1563, 2006.
- [2] Zhong, W., Kokubo, S., Tanimoto, J.; How is the equilibrium of continuous strategy game different from that of discrete strategy game?, *BioSystems*, *In press*, 2011.
- [3] Schuessler, R.; Exit Threats and Cooperation Under Anonymity, *Journal of Conflict Resolution* 33 (4), 728-749, 1989.
- [4] Gao J., Li Z., Wu T., Wang L.; The coevolutionary ultimatum game, *EPL* 93, 48002, 2011.
- [5] Ballobas, B.; Random graphs, Academic Press, London, 1985.
- [6] Tanimoto, J.; A study of a quadruple co-evolutionary model and its reciprocity phase for various Prisoner's Dilemma games, *International Journal of Modern Physics C*22 (4), 401-407, 2011.

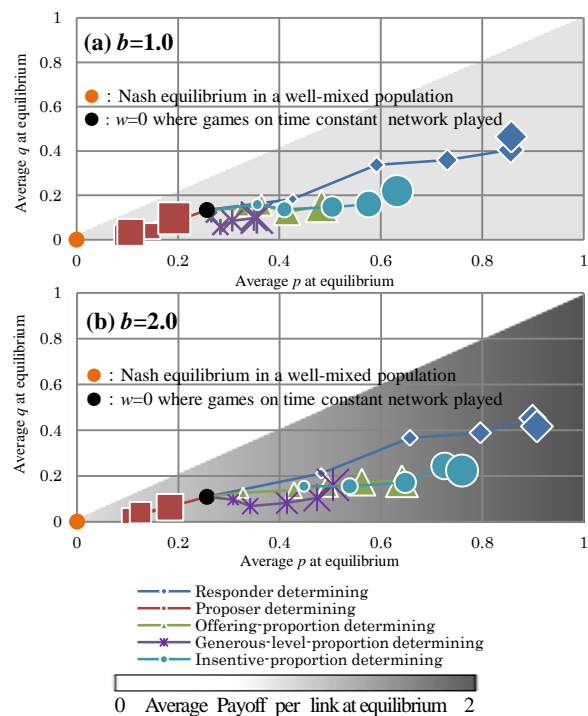


Fig.2 Average p versus average q at equilibrium on each w . Each plot is described by larger mark with increasing w . (a) $b=1.0$, (b) $b=2.0$.