

# 重力を考慮した交通モデルとサグ部での渋滞

駒田 和史, 増倉 秀一, 長谷 隆

静岡大学工学部機械工学科

## 概要

サグ部で発生する交通渋滞について研究する. 車に働く重力を外力として取り入れた車の運動方程式を導出し, それに基づいて最適速度モデルを拡張する. この拡張最適速度モデルを用いてサグ部での交通特性を明らかにする.

## Traffic Jams Induced by Sag and Gravitational Effect

Kazuhito KOMADA, Shuichi MASUKURA, Takashi NAGATANI

Department of Mechanical Engineering, Shizuoka University

## Abstract

We investigate the traffic behavior and jams on sag. We extend the optimal velocity model to take into account the gravitational force which acts on the cars as the external force. We clarify the characteristics of the traffic jams on sag by using the extended optimal velocity model. We also study the effect of the sag gradient on the traffic flow.

## 1 緒言

サグ部や坂では車に重力が働くが, この重力を考慮した交通流の運動方程式と交通モデルについてあまり研究されていない. 本研究では, 上り坂及び下り坂で車に働く重力を考慮した運動方程式を導出する. この運動方程式を用いて交通流の最適速度モデルを拡張する. この拡張最適速度モデルを使ってサグ部の交通渋滞及び交通特性を研究する.

## 2 重力を取り入れた拡張最適速度モデル

従来最適速度モデルは  $i$  番目の車に対して次式で表される.

$$\frac{d^2 x_i(t)}{dt^2} = a \left\{ V_f(\Delta x_i) - \frac{dx_i(t)}{dt} \right\} \quad (1)$$

ここで,  $x_i(t)$  は時刻  $t$  における  $i$  番目の車の位置,  $\Delta x_i(t) (= x_{i+1}(t) - x_i(t))$  は時刻  $t$  における車  $i$  の前方車間距離,  $V_f(\Delta x_i)$  は車間距離  $\Delta x_i(t)$  における最適速度関数,  $a$  は感度であり速度差に対する運転手の反応の強さで

ある.

次に重力を取り入れた拡張最適速度モデルについて説明する. 車に働く外力として重力を運動方程式に取り入れる. まず傾斜がある道路上に車をおき, その車に働く力について説明する.

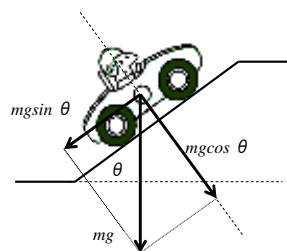


図1 上り坂上の車に働く力

図1は上り坂上の車に働く力を表す. 車の質量を  $m$ , 重力加速度を  $g$ , 坂の勾配を  $\theta$  とすると, 道路に対して平行な方向に働く力は  $mgsin \theta$  となり, 垂直な方向に働く力は  $mgcos \theta$  となる. 車に働く力は, 摩擦力, 駆動力, そして重力である. 道路に対して平行方向

の運動方程式は次式で与えられる。

$$m \frac{d^2 x_i(t)}{dt^2} = F(\Delta x_i) - \gamma(\Delta x_i) \frac{dx_i(t)}{dt} - mg \sin \theta \quad (2)$$

ここで、右辺第一項は*i*番目の車に働く駆動力、右辺第二項は*i*番目の車に作用する摩擦力、右辺第三項は*i*番目の車に働く重力による外力である。 $\gamma(\Delta x_i)$ の関数系は車のブレーキ操作に依存し、前方車間距離が限りなく0に近づく時( $\Delta x_i \rightarrow 0$ )は $\gamma(\Delta x_i) \rightarrow$ 無限大となる。一方で、前方車間距離が十分大きい時( $\Delta x_i \rightarrow \infty$ )は $\gamma(\Delta x_i) \rightarrow$ 一定値となる。また $F(\Delta x_i)$ の関数系は車のアクセル操作に依存し、性質は $\gamma(\Delta x_i)$ と同様である。

$F(\Delta x_i)/\gamma(\Delta x_i)$ については従来の最適速度モデルの最適速度関数で与える。

$$\frac{F(\Delta x_i)}{\gamma(\Delta x_i)} = \frac{v_{f,max}}{2} (\tanh(\Delta x_i - x_c) + \tanh(x_c)) \quad (3)$$

ここで、 $v_{f,max}$ は平坦な道路(通常速度区間)での最大速度で、 $x_c$ は安全距離であり、車が加速し始める距離を表す。

(2)式の重力項は最適速度関数(3)の付加(軽減)とし、以下のような拡張最適速度関数を採用する。

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{f,max}}{2} (\tanh(\Delta x_i - x_c) + \tanh(x_c)) - \frac{v_{g,max}}{2} (\tanh(\Delta x_i - x_b) + \tanh(x_b)) \quad (4)$$

通常速度区間を走行する車に対しては、

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{f,max}}{2} (\tanh(\Delta x_i - x_c) + \tanh(x_c)) \quad (5)$$

上り坂区間を走行する車に対しては、

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{f,max}}{2} [\tanh(\Delta x_i - x_c) + \tanh(x_c)] - \frac{v_{g,up,max}}{2} [\tanh(\Delta x_i - x_{up,b}) + \tanh(x_{up,b})] \quad (6)$$

下り坂区間を走行する車に対しては、

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{f,max}}{2} [\tanh(\Delta x_i - x_c) + \tanh(x_c)] + \frac{v_{g,down,max}}{2} [\tanh(\Delta x_i - x_{down,b}) + \tanh(x_{down,b})] \quad (7)$$

である。

ここで、 $v_{g,up,max}$ は上り坂区間の勾配を考慮に入れた時の軽減最大速度であり、 $v_{g,down,max}$ は下り坂区間の勾配を考慮に入れた時の付加最大速度である。 $x_{up,b}$ と $x_{down,b}$ はそれぞれ上り坂区間と下り坂区間の坂道でのブレーキ操作距離とし、減速し始める距離を表している。

次に $x_c = x_{up,b} = x_{down,b}$ の場合を考えると、(6)、(7)式は以下ようになる。

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{f,max} - v_{g,up,max}}{2} [\tanh(\Delta x_i - x_c) + \tanh(x_c)] \quad (8)$$

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{f,max} + v_{g,down,max}}{2} [\tanh(\Delta x_i - x_c) + \tanh(x_c)] \quad (9)$$

ここで、 $v_{f,max} - v_{g,up,max}$ と $v_{f,max} + v_{g,down,max}$ はそれぞれ上り坂区間と下り坂区間での最大速度である。

### 3 数値シミュレーション手法

$x_c$ と $x_{up,b}$ 、 $x_{down,b}$ の違い及び坂道の勾配による影響を調べるため、 $x_c = x_{up,b} = x_{down,b}$ の場合と $x_c = x_{up,b} \neq x_{down,b}$ の場合の比較及び $v_{g,max}$ を変化させた場合について研究する。次に数値シミュレーション手法について説明する。4次のRunge-Kutta法を用いて、 $\Delta t = 1/128$ 刻みで計算時間を $t = 20000$ として数値シミュレーションを行う。車とその前方の車との車間距離を $\Delta x$ とし、等間隔に*N*台の車を配置する。その時の道路長*L*は、 $L = N \times \Delta x$ となる。道路は一車線とし、境界条件として道路の両端を周期境界とする。通常速度区間では、 $v_{f,max} = 2.0$ 、 $x_c = 4.0$ 、 $v_{g,up,max} = v_{g,down,max} = 0.5$ とする。初期車間距離 $\Delta x_0$ の逆数を初期密度 $\rho_0$ と定義し初期密度 $\rho_0 = 0.01 \sim 0.60$ まで、0.01刻みで変化させてシミュレーションを行う。図2にサグ部での交通の概略図を示す。

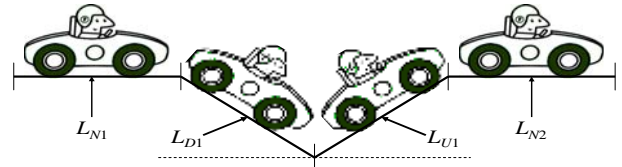


図2 重力による影響を考慮したサグ部交通モデルの概略図

### 4 安全距離と坂道でのブレーキ操作距離の違いによる影響

初めに比較のために $x_c = x_{up,b} = x_{down,b}$ の場合を考える。以下のシミュレーションでは、 $L_{N1}$ 、 $L_{N2}$ で表した通常速度区間内では最大速度を $v_{f,max}$ とした(5)式を用い、 $L_{U1}$ で表した上り坂区間内では(8)式を用い、 $L_{D1}$ で表した下り坂区間内では(9)式を用いる。基本図のシミュレーション結果を図3に□印で用いて示す。

$x_c = x_{up,b} \neq x_{down,b}$ の場合についてのシミュレーション結果について示す。通常速度区間内では(5)式を用い、上り坂・下り坂に関してはそれぞれ最適速度関数の(6)式に $x_{up,b} = 2.0$ を、(7)式に $x_{down,b} = 4.0$ を代入する。流量曲線を図3に○印で示す。

流量は低密度の自由領域では $x_c = x_{up,b} = x_{down,b}$ と $x_c = x_{up,b} \neq x_{down,b}$ の場合是一致的。しかしながら高密度の混雑流領域では $x_c = x_{up,b} = x_{down,b}$ の場合の流量より $x_c = x_{up,b} \neq x_{down,b}$ の場合の流量が増加する。

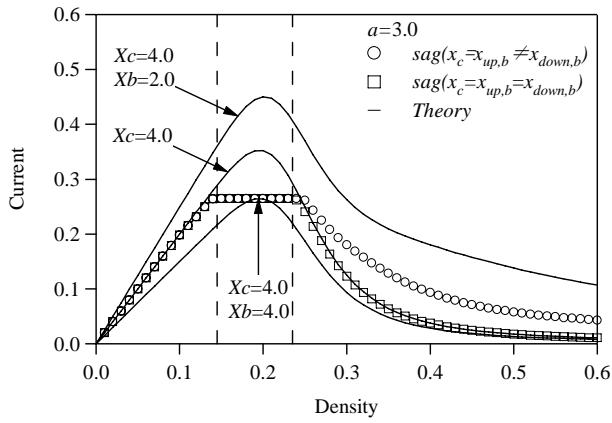
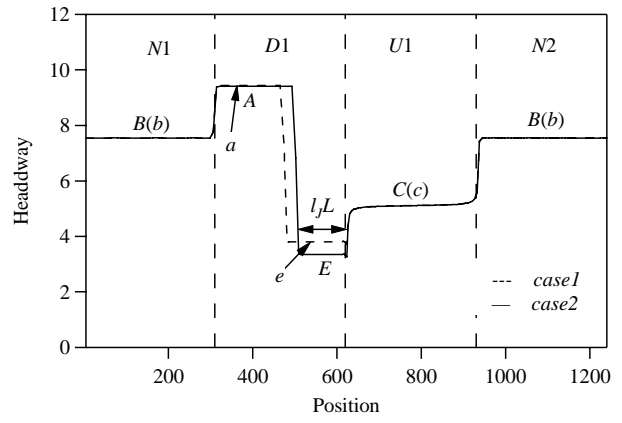


図3 安全距離とブレーキ操作距離が等しい場合と異なる場合の平均流量曲線

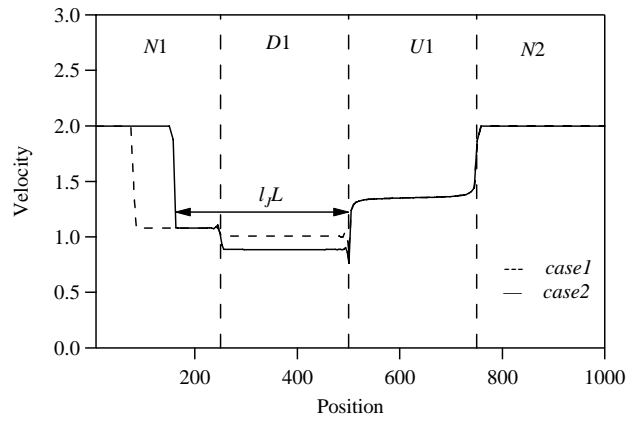


(b) 車間距離分布図

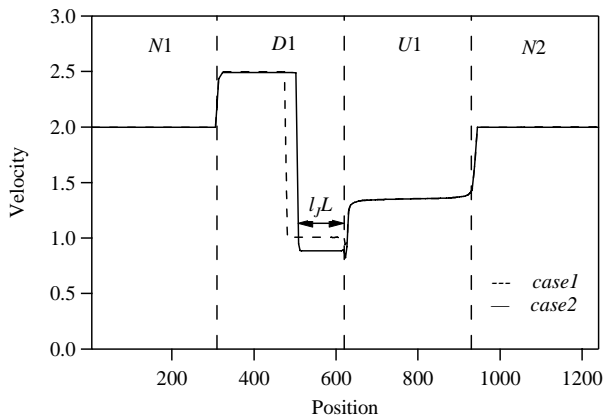
図4 密度  $\rho=0.16$  での  $x_c=x_{up,b}=x_{down,b}$  の場合と  $x_c=x_{up,b} \neq x_{down,b}$  の場合の交通流の比較図

$x_c=x_{up,b}=x_{down,b}$  の場合と  $x_c=x_{up,b} \neq x_{down,b}$  の場合の速度分布図及び車間距離分布図を調べる. 図4(a)及び図4(b)は密度  $\rho=0.16$  における速度分布図及び車間距離分布図である. 図5(a)及び図5(b)は密度  $\rho=0.20$  における速度分布図及び車間距離分布図である. 破線はケース1( $x_c=x_{up,b}=x_{down,b}$ ), 実線はケース2( $x_c=x_{up,b} \neq x_{down,b}$ )の交通を示す.

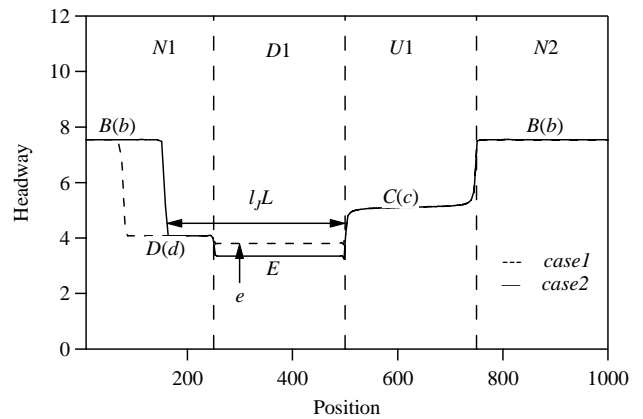
最も速度が遅くなる渋滞区間は  $l_jL$  の場所 ( $v_{f,max}-v_{g,up,max}$  の最大速度を持つ上り坂区間の直前) に発生し, 密度増加に伴い渋滞が成長し, 上流部に拡大していく. 渋滞手前の不連続面は渋滞最後尾に現れる.



(a) 速度分布図



(a) 速度分布図

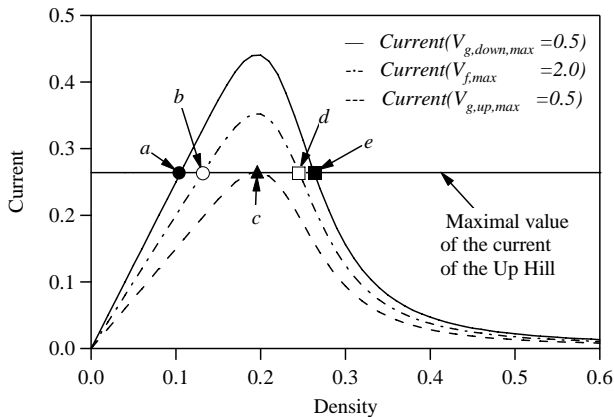


(b) 車間距離分布図

図5 密度  $\rho=0.20$  での  $x_c=x_{up,b}=x_{down,b}$  の場合と  $x_c=x_{up,b} \neq x_{down,b}$  の場合の交通流の比較図

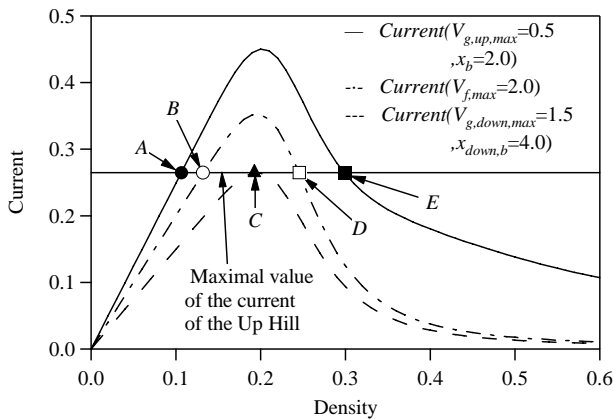
図6は  $x_c=x_{up,b}=x_{down,b}$  の場合の理論流量曲線とその交点を示す. 流量が飽和するところ(サグ部で渋滞が発生する領域)では, 図4(b)及び図5(b)の通常区間,

上り坂及び下り坂の車間距離の値 $a\sim e$ は、**図 6**の点 $a\sim e$ により決定される。実際に**図 4(b)**及び**図 5(b)**の車間距離の値は**図 6**の点 $a\sim e$ の密度の逆数と一致する。



**図 6** 理論流量曲線及び接線とその交点

**図 7**は $x_c=x_{up,b} \neq x_{down,b}$ の場合の理論流量曲線とその交点を示す。**図 4(b)**及び**図 5(b)**の車間距離 $A\sim E$ は**図 7**の点 $A\sim E$ における密度の逆数と一致する。また安全距離と坂道のブレーキ操作距離が等しい場合の車間距離 $a\sim e$ は異なる場合の車間距離 $A\sim E$ に対応する。 $e$ と $E$ より $x_c=x_{up,b} \neq x_{down,b}$ の場合は $x_c=x_{up,b}=x_{down,b}$ の場合に比べて、渋滞の長さが短くなり車間距離が狭まる。

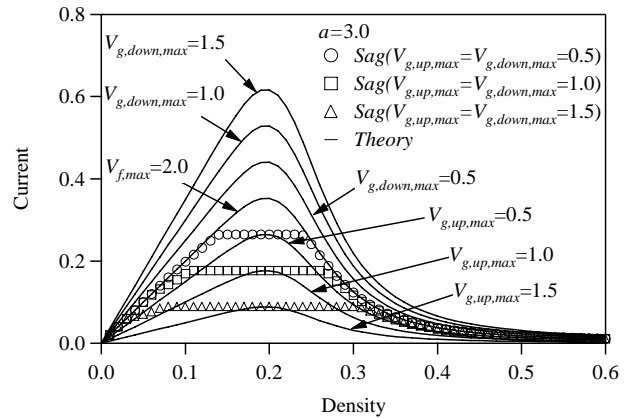


**図 7** 理論流量曲線及び接線とその交点

## 5 坂道の勾配の影響

勾配による交通流への影響を調べる。以下のシミュレーションでは、 $x_c=x_{up,b}=x_{down,b}$ の場合を考え、最適速度関数は(5)式に通常速度区間の最大速度 $v_{f,max}$ を、(8)式と(9)式に坂区間の見かけ最大速度 $v_{g,up,max}=v_{g,down,max}=0.5, 1.0, 1.5$ をそれぞれ代入する(見かけ最大速度 $v_{g,up,max}, v_{g,down,max}$ は坂の勾配に比例する)。この時の上り坂区間中を走行する車の見かけ最大速度は $v_{f,max}-v_{g,up,max}=1.5, 1.0, 0.5$ となり、下り坂区間中を走行する車の見かけ最大速度は $v_{f,max}+v_{g,down,max}$

$=2.5, 3.0, 3.5$ となる。**図 8**に平均流量曲線を示す。○印は $v_{g,up,max}, v_{g,down,max}=0.5$ の場合のシミュレーション結果、□印は $v_{g,up,max}, v_{g,down,max}=1.0$ の場合のシミュレーションの結果、そして△印は $v_{g,up,max}, v_{g,down,max}=1.5$ の場合のシミュレーション結果を示す。サグ部を急勾配にするにつれて交通流量が低密度で飽和するようになり、渋滞相が拡大していく。全ての区間がそれぞれ $v_{f,max}-v_{g,up,max}=1.5, 1.0, 0.5$ とした場合の理論流量曲線の最大値で平均流量は飽和する。



**図 8** 勾配を変化させたサグ部の平均流量曲線

## 6 結言

サグ部で発生する交通渋滞に関するシミュレーションを行い、以下の結果を得た。

- 1) サグ部の勾配によって渋滞の発生する密度と飽和流量(最大流量)が予想できる。これらの値のサグ部依存性を明らかにした。
- 2) サグ部で発生する渋滞の構造及び渋滞が発生する場所や混み具合がこのモデルによって予測できることを示した。
- 3) サグ部勾配に依存した転移点より低い密度で車が走行した場合、渋滞が発生しないことを明らかにした。

## 参考文献

- 1) M.Bando, K.Hasebe, A.Nakayama, A.Shibata, and Y.Sugiyama, Phys.Rev.E51(1995) 1035-1042
- 2) 杉山雄規: 交通流の物理, ながれ, 第22巻 (2003) 95-108.
- 3) 佐宗章弘: 交通流における圧縮性流体力学, ながれ, 第22巻 (2003) 117-122.
- 4) 西成活裕: 渋滞学, 新潮選書 (2006) 13-82.
- 5) Nagatani, T.: The physics of traffic jam, Rep. Prog. Phys. 65 (2002) 1331-1386