

交通流セルオートマトンに関する新しい確率合流モデル S-NFS (on-ramp) と渋滞相

龍谷大学 大学院 理工学研究科 酒井 聡士, 飯田 晋司
東京大学 大学院 工学系研究科 西成 活裕

1 はじめに

近年, 交通流に関して, 離散的なモデルを扱うセルオートマトン (CA) を用いた研究が盛んに行われている [1]. そのなかでも, 特に開放系境界条件において合流部 (on-ramp) を与えたモデルの研究は, 頻りに発表され始めている [2][3][4].

合流 ASEP モデルに関する研究は, Huang によって議論された [3]. その結果は, 車の挿入確率 α と削除確率 β を変化させたとき, 上流が低密度で下流が高密度である状態 LD-HD (low density-high density), 上流・下流ともに低密度である LD-LD, 上流・下流ともに高密度である HD-HD の 3 つの相に分かれるというものである (図 1). しかし現実的に, 合流が渋滞の原因になっていることは一般的に知られており, 上流が高密度で下流が低密度である HD-LD 相が現れていないこれらの結果は現実的でない.

本研究では, 交通流 1 次元 CA モデルについて新しい確率合流モデルを提唱する. また, 慣性の効果 (スロースタート効果), 見通しの効果と合流部が上流の渋滞に及ぼす影響について, 数値計算を用いて調べた. その結果, ASEP には見られない新しい相を発見した.

2 S-NFS (on-ramp) モデル

まず, 2004 年 2 月, 西成, 福井, Schadschneider によって発表された, スロースタート効果, 見通しの効果を統合したモデル [5] について説明する. 本稿では, そのモデルを Nishinari-Fukui-Schadschneider (NFS) モデルと呼ぶ. NFS モデルの時間発展方程式は, 時刻 t における i 番目の車の速度を $v_i^{(0)} (= x_i^t - x_i^{t-1})$, その車の場所を x_i^t とおき, 見通し $S (= 1 \text{ or } 2)$, 車の最高速度 V_{\max} を用いて

1. 加速

$$v_i^{(1)} = \min \{V_{\max}, v_i^{(0)} + 1\}, \quad (1)$$

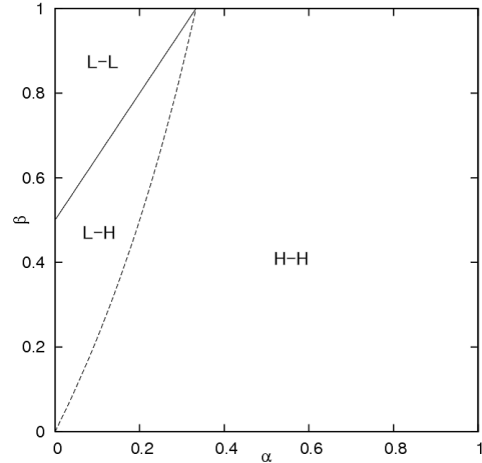


図 1. 合流 ASEP モデルの相図 [3]

2. スロースタート効果

$$v_i^{(2)} = \min \{v_i^{(1)}, x_{i+S}^{t-1} - x_i^{t-1} - S\}, \quad (2)$$

3. ほかの車による減速

$$v_i^{(3)} = \min \{v_i^{(2)}, x_{i+S}^t - x_i^t - S\}, \quad (3)$$

4. 衝突の回避

$$v_i^{(4)} = \min \{v_i^{(3)}, x_{i+1}^t - x_i^t - 1 + v_{i+1}^{(3)}\}, \quad (4)$$

5. 車を動かす

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{(4)} \quad (5)$$

と書かれている. このルールを用いて, 次の時刻までにすべての車の位置情報は同時に更新される.

「一度止まった (速度が 0 になった) 車が動き始めるまでに時間がかかる」という現象はスロースタート効果と呼ばれ, CA では加速を 1 ステップ遅らせることで再現している. この効果は, トラックなどに多く見られる現象である. また, 見通しの効果は「運転手が 1 台以上先の車を見て運転している」という現象の

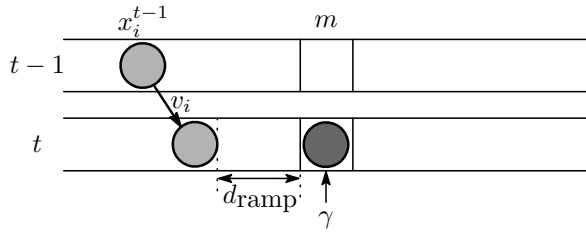


図 2. 合流ルールの模型図

ことであり，CA では S 台先の車との車間距離を用いることで再現している．その結果として，CA では複数の車が重なって同時に動くことも可能となっている．

次に，NFS モデルを拡張してランダムブレーキ効果，スロースタート効果，見通しの効果のそれぞれに独立の確率 $(1-p)$ ， q ， r を与え，そのモデルを Stochastic(S)-NFS モデルと呼ぶ [6]．ランダムブレーキ効果は，式 (3) の後に確率 $1-p$ で

$$v_i^{(3)} \leftarrow v_i^{(3)} - 1 \quad (6)$$

を行うようにする．スロースタート効果については，確率 $1-q$ で式 (2) を飛ばすようにする．見通しの効果については，確率 r で $S=2$ ，確率 $1-r$ で $S=1$ とすることで対応する．このような S-NFS モデルは，確率 p ， q ， r を調整することで，すでに知られている交通流 CA モデル Rule-184 [7]，Fukui-Ishibashi (FI) モデル [8]，Nagel-Schreckenberg (NS) モデル [9]¹，Quick-Start (QS) モデル [10]，Slow-Start (SIS) モデル [5][11]，非対称単純排他過程 (Asymmetric Simple Exclusion Process: ASEP) [12] を再現することができる．

さらに，以上のような S-NFS モデルについて，合流部を与えた開放系境界条件のモデル S-NFS(on-ramp) について考える．本研究では，合流点を 1 つとし，合流確率を γ とする．合流位置 m はシステムの中央 (セル数を L として，合流セルの場所は $m = L/2$) の 1 セルのみとする．その合流ルールは，

$$x_i^{t-1} + v_i + d_{\text{ramp}} < m \quad (7)$$

のときに初期速度 $v_{\text{ramp}} = 1$ で合流できるものとする (図 2)．ただし，合流してきた車およびその車に影響を受ける車は，スロースタート効果は無視する．境界条件は，車が左端に現れる確率を α ，車が右端から消えていく確率を β とする．ただし，左端に現れた車は，スロースタート効果は無視する．

¹ASEP との整合性を保つため，参考文献に示されているランダムブレーキ確率 p とは逆の意味で定義している．

3 時空図でみる上流渋滞

まず，S-NFS (on-ramp) モデルの時空図 (spatio-temporal diagram) について見てみよう．ランダムブレーキ確率 $1-p=0.0$ ($p=1.0$)，合流確率 $\gamma=1.0$ とする．このとき，合流を許す距離 $d_{\text{ramp}}=1$ とすると，合流が原因で起こる渋滞は見られない．これは，合流が上流を走る車の進行を妨げていないことを意味する．しかし， $d_{\text{ramp}}=0$ とすると状態は一変し，合流による渋滞が上流に形成されることがある．なぜならば，十分な車間なくして合流する車の影響で，後続の車が減速を強いられているからである．時間について定常状態になったときの時空図は，例えば $q=0.5$ ， $r=0.0$ のとき， $q=0.5$ ， $r=1.0$ のとき，それぞれ図 3(a)(b) のようになる．この上流における渋滞は，まさに縞状相 (striped phase: SP) となっていることがわかる [13]．

同様に， $q \in \{0.0, 0.5, 1.0\}$ ， $r \in \{0.0, 0.5, 1.0\}$ の 9 通りについて時空図を調べると，SP (相) は

$$(q, r) \in \{(0.5, 0.0), (0.5, 0.5), (0.5, 1.0), (1.0, 0.5)\} \quad (8)$$

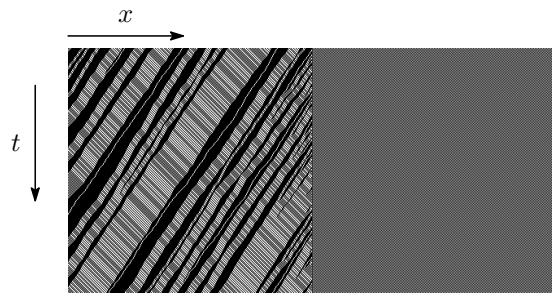
において現れる．これより，SP (相) はスロースタート効果が与えられているときのみ現れることがわかる．ただし，見通しの効果が確率的に与えられている場合，SP (相) は乱れて現れる．

4 流量-密度図との関係

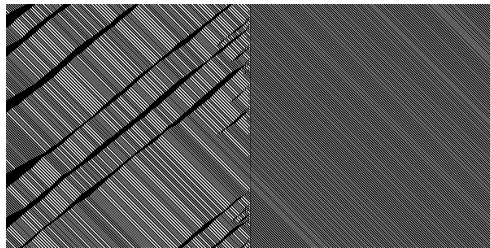
次に，SP (相) の性質について流量-密度図を用いて考えよう．密度プロファイル (density profile) で見ると，上流の密度のほうが下流のそれと同じくらい² (図 4(b)) またはそれよりも高く (図 4(a)) になっている．また，流量プロファイル (flow profile) で見ると，図 5(a)(b) のいずれの場合も下流より上流の流量が低下している．つまり，SP (相) では，下流と比べて密度が高く流量が低下している状態を示している．

この結果を，周期的境界条件において作成した流量-密度図にあてはめて考えてみよう (図 6)．流量-密度図において，傾きが正の領域は非渋滞域，傾きが負の領域は渋滞域と呼ばれる．また，ある密度に対して非渋滞域と渋滞域の両方が現れている領域の上層部 (高

²したがって，HD 相とは区別しなければならない



(a) $q = 0.5, r = 0.0$

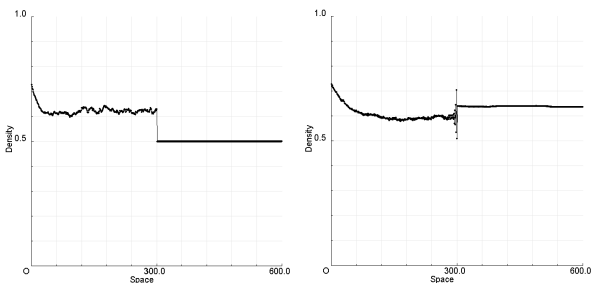


(b) $q = 0.5, r = 1.0$

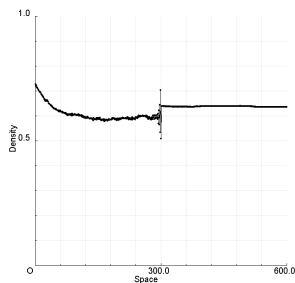
図 3. 定常状態における S-NFS (on-ramp) モデルの時空図 ($\alpha = 0.95, \beta = 1.0, L = 600$)

流量部)はメタ安定領域と呼ばれている. この流量-密度図において見られる領域について見ると, 下流の状態は高流量の位置にあり, メタ安定領域に対応している. それに対して, 上流 SP (相) は密度が比較的高くて流量が低下している. すなわち, 渋滞域に対応していることがわかる.

つまり, このシステムでは合流の効果が上流の流量を低下させる要因になっていて, 新たな相 SP-MC を見ることができるのである.

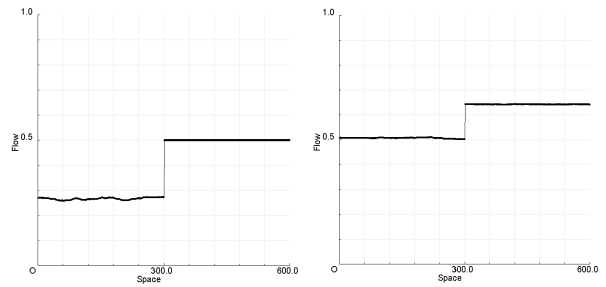


(a) $q = 0.5, r = 0.0$

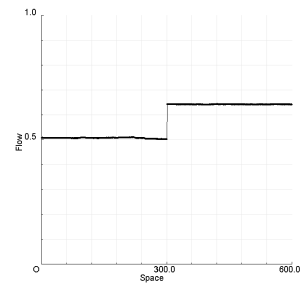


(b) $q = 0.5, r = 1.0$

図 4. S-NFS (on-ramp) モデルの密度プロファイル

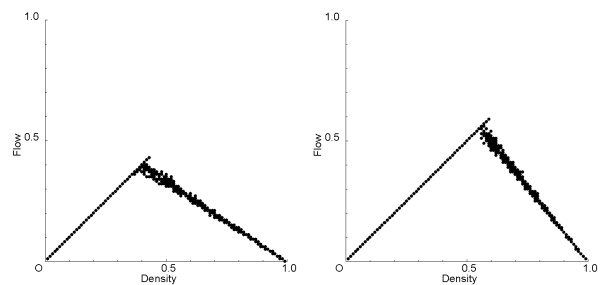


(a) $q = 0.5, r = 0.0$

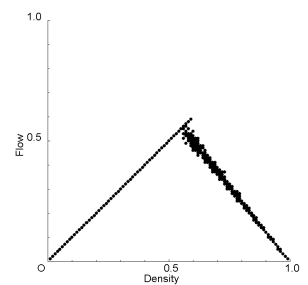


(b) $q = 0.5, r = 1.0$

図 5. S-NFS (on-ramp) モデルの流量プロファイル



(a) $q = 0.5, r = 0.0$



(b) $q = 0.5, r = 1.0$

図 6. S-NFS (on-ramp) モデルの流量-密度図 (車をランダムな位置に配置した初期条件)

5 相図によるアプローチ

最後に, 上流渋滞を α - β 相図で考えてみよう. 合流がない場合, ASEP における状態は, α, β によって高密度域 (HD), 低密度域 (LD), 高流量域 (maximal current: MC) の 3 つの相に分けられている. そのと

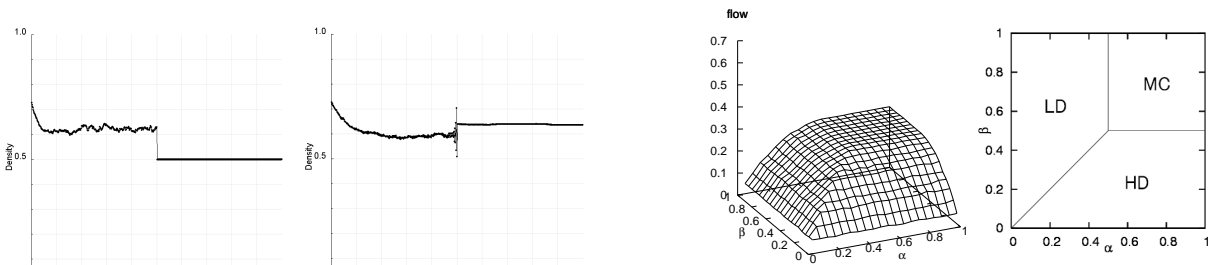


図 7. ASEP の flow- α - β 図 (左) と対応する相図 (右) ($p = 0.8$)

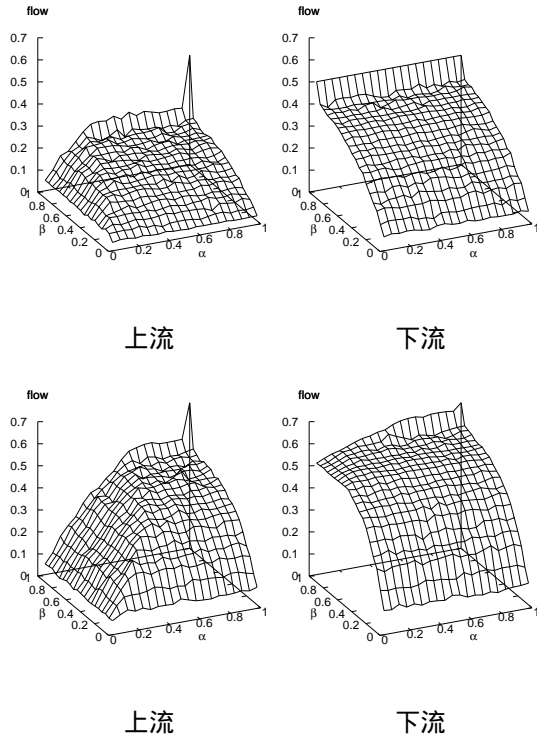


図 8. S-NFS (on-ramp) モデルの flow- α - β 図 (上段 : $q = 0.5$, $r = 0.0$, 下段 : $q = 0.5$, $r = 1.0$)

き, 流量 J と α , β の関係は flow- α - β 図で表すと図 7 のようになる [12] .

S-NFS (on-ramp) について, 上流と下流の flow- α - β 図をそれぞれ分けて表示してみよう(図 8). これまで考えてきた $\beta = 1.0$ という設定は決定論的であり, 境界条件による渋滞生成がなく, 相図で見ると下流部の流量が飛びぬけて高くなる . その特殊なパラメータを除外視すると, この flow- α - β 図から図 1 のような新たな相図を決定することができるかのように思われる . しかし, 上流のグラフと下流のグラフを比べて明らかに前者の流量が低下しているため, 実は ASEP と同様であるこの方法を用いて単純に相を判定することは困難なのである .

参考文献

[1] D. Chowdhury, L. Santen, and A. Schadschneider, Phys. Rep. **329**, 199–329, 2000.

- [2] E. Pronina and A. B. Kolomeisky, “*Theoretical Investigation of Totally Asymmetric Exclusion Processes on Lattices with Junctions*”, cond-mat/0505227, 2005.
- [3] D. Huang, Phys. Rev. E **72**, 016102, 2005.
- [4] B. S. Kerner, S. L. Klenov, and D. E. Wolf, J. Phys. A: Math. Gen. **35**, 9971–10013, 2002.
- [5] K. Nishinari, M. Fukui, and A. Schadschneider, J. Phys. A: Math. Gen. **37**, 3101–3110, 2004.
- [6] 酒井聡士, 西成活裕, 福井稔, 第 10 回交通流のシミュレーションシンポジウム講演概要集, 77–80, 2004.
- [7] S. Wolfram, “*Theory and Applications of Cellular Automata*”, World Scientific, Singapore, 1986.
- [8] M. Fukui and Y. Ishibashi, J. Phys. Soc. Japan **65**, 1868–1870, 1996.
- [9] K. Nagel and M. Schreckenberg, J. Phys. I France **2**, 2221–2229, 1992.
- [10] K. Nishinari and D. Takahashi, J. Phys. A: Math. Gen. **33**, 7709–7720, 2000.
- [11] M. Takayasu and H. Takayasu, Fractals **1**, 860–866, 1993.
- [12] N. Rajewsky, L. Santen, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg, J. Stat. Phys. **92**, 151–194, 1998.
- [13] C. Appert and L. Santen, Phys. Rev. Lett. **86**, 2498–2501, 2001.