

信号交通の非線形写像モデルと自己相似性

静岡大学工学部 長谷 隆、長井亮一

異なる速度で走行する車両群の信号によるコントロールを考察する。多数の信号を通過する車の旅行時間を非線形マップモデルで定式化し、信号サイクルタイム・車の速度と旅行時間との関係を明らかにする。サイクルタイムをうまく選択することによって、異なる速度で走行する車両群を制御できる。また旅行時間の信号サイクルタイム依存性は複雑な挙動を示し、その構造にはある種の自己相似性が存在することを明らかにする。

非線形写像モデル

間隔 l で設置された信号機の並ぶ道路を一台の車が速度 v で走行する場合を考える。信号機は上流から下流に向けて $1, 2, 3, \dots, n, n+1, \dots$ とナンバリングする。すべての信号機が同時に赤（青）から青（赤）に変化する（同期信号）するものとする。信号機のサイクル時間を t_s 、スプリットを $1/2$ とすると、信号は $t_s/2$ で赤（青）から青（赤）に変化する。信号機 n に到着する時間を $t(n)$ とすると、 $n+1$ 番目の信号に到着する時間は次式で書ける。

$$t(n+1) = t(n) + l/v + (r(n) - t(n))H(\sin(2\pi(t(n)/t_s))$$

with $r(n) = (\text{int}(t(n)/t_s) + 0.5) \cdot t_s$ (1)

ここで $H(t)$ はヘビサイド関数: $H(t) = 1$ for $t \geq 0$ and $H(t) = 0$ for $t < 0$ 。もし信号機が赤ならば $H(t) = 1$ 、青ならば $H(t) = 0$ 。 $r(n)$ は信号が赤から青に変化する時間である。第2項は車が信号 n から信号 $n+1$ に移動するのにかかる時間であり、第3項は信号機 n の赤信号で停車した時間である。式(1)は非線形写像を表し、車が信号を通過する度に一回非線形写像(1)をイタレイトすることになる。すなわち iteration が信号機に対応することになる。

信号がグリーンウーブのように順番に一定時間間隔 τ で変化する場合 (green wave strategy)、式(1)は次式に変わる。

$$t(n+1) = t(n) + l/v + (r(n) - t(n) - n\tau)H(\sin(2\pi(t(n) + n\tau)/t_s))$$

with $r(n) = (\text{int}((t(n) + n\tau)/t_s) + 0.5) \cdot t_s$ (2)

$\tau = 0$ のとき、式(2)は式(1)になる。

N 台の車群が同期信号機のある道路を走行する場合に拡張する。車 i が前方の車 ia に追いついたとき、確率 p_p で前方の車を追い越すものとする。ただし前々方の車 iaa は追い越さないものとする。車 i の信号機 n に到着する時間を $t_i(n)$ とすると、 $n+1$ 番目の信号に到着する時間は次式で書ける。

$$t_i(n+1) = X \text{ if } X > t_{ia}(n+1), \quad (3)$$

$$t_i(n+1) = t_{ia}(n+1) \text{ with probability } 1 - p_p$$

and $t_i(n+1) = X$ with probability p_p if $X \leq t_{ia}(n+1)$ and $X > t_{iaa}(n+1)$, (4)

$t_i(n+1) = t_{ia}(n+1)$ with probability $1 - p_p$

and $t_i(n+1) = t_{iaa}(n+1)$ with probability p_p if $X < t_{ia}(n+1)$ and

$$X \leq t_{iaa}(n+1) \quad (5)$$

$$\text{where } X = t_i(n) + l/v_i + (r_i(n) - t_i(n))H(\sin(2\pi t_i(n)/t_s)), \quad (6)$$

$r_i(n) = (\text{int}(t_i(n)/t_s) + 0.5) \cdot t_s$, $t_{ia}(n+1)$ is the arrival time of the vehicle ahead of vehicle i at traffic light $n+1$, $t_{iaa}(n+1)$ is the arrival time of the vehicle ahead next of vehicle i at traffic light $n+1$.

シミュレーション結果

写像 (1) を 1000 回反復させた後の旅行時間 (無次元) と信号機のサイクル時間 (無次元) の関係を図 1 と 2 に示す。信号間の無次元旅行時間と信号機の無次元サイクル時間は次式で定義する: $DT = (t(n+1) - t(n))v/l$, $T_s = t_s v/l$ 。図 1(b) は図 1(a) を拡大したものであり、図 2(a),(b) もまた図 1(b) をさらに拡大したものである。これらの図からわかるように、旅行時間は自己相似性を示す。また車が信号間を進むにしたがって旅行時間がどのように変化するかを図 3 に示す。無次元サイクル時間が $T_s = (1)1.5, (2)2.5, (3)4.5, (4)6.5$ あるいは $T_s = (1)0.6, (2)0.75, (3)0.85, (4)0.88$ と変化するにしたがって、車は (1) においては信号で停車することなく進み、(2) においては車は一つ置きに信号で停車し、(3) においては車は二つ置きに信号で停車し、(4) においては車は四つ置きに信号で停車する。次の集積点で車は無限回置きに信号で停車する: $(1/k, 1/2k+1)$ ここで、 k は正の整数。

次に 100 台の車が走行する写像(3)-(6)の場合の結果を示す。図 4 は最も早い車と最も遅い車の旅行時間の変化を示したものである。図 5 は最も早い車と最も遅い車の旅行時間のサイクル時間依存性を示したものである。最も早い車と最も遅い車の旅行時間が一致するサイクル時間のとき、車両群は信号で一緒に走行するようにコントロールすることができる。図 6 にサイクル時間と速度比空間におけるコントロール可能な領域マップを示す。**Bunching traffic** の領域では車両群は信号で一緒に走行し、**Extended traffic** の領域では車両群は段々と道路上で広がっていく。

参考文献

- [1] T. Nagatani, Self-similar behavior of a single vehicle through periodic traffic lights, *Physica A* 347 (2005) 673-682.
- [2] T. Nagatani, Bunching and transition of vehicles controlled by a sequence of traffic lights, *Physica A* 350 (2005) 563-576.

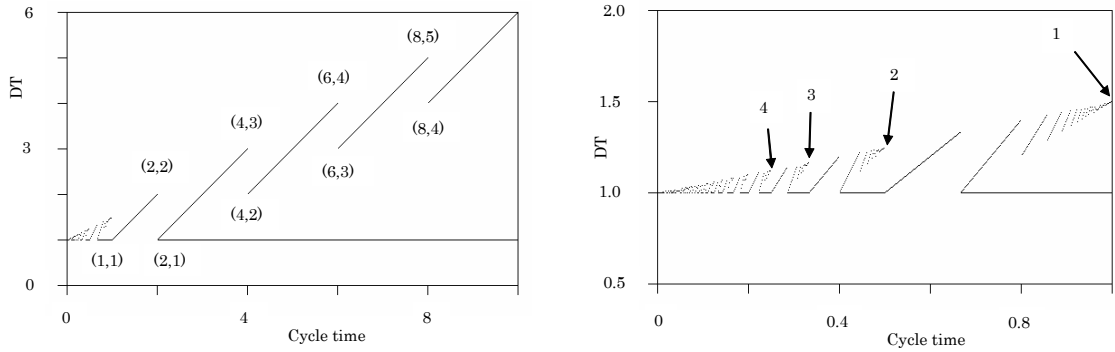


Fig. 1. (a) Plot of the tour time DT against cycle time T_s for sufficiently large number $n = 1000 - 3000$ at the synchronized strategy. (b) Enlargement of Fig. 2(a) for $0 \leq T_s \leq 1.0$. Points 1, 2, 3, ... represent the cumulative points.

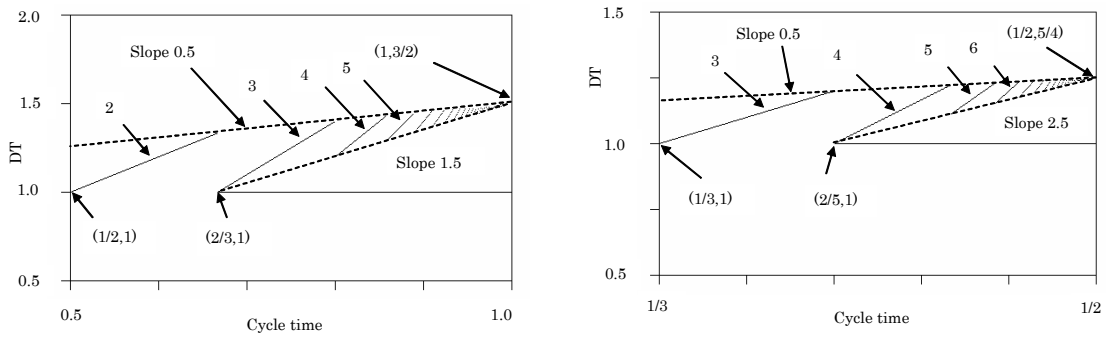


Fig. 2. (a) Enlargement of Fig. 2(b) for $1/2 \leq T_s \leq 1.0$. (b) Enlargement of Fig. 2(b) for $1/3 \leq T_s \leq 1/2$.

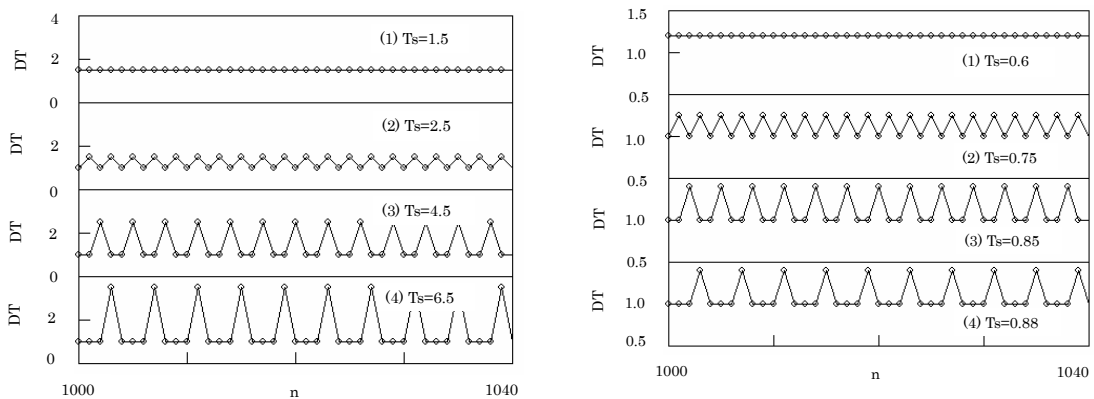


Fig. 3. Plots of the tour time DT against traffic-light's number n for $n=1000-1040$. (a) Plots of the tour time DT are shown for (1) $T_s = 1.5$, (2) $T_s = 2.5$, (3) $T_s = 4.5$, and (4) $T_s = 6.5$. (b) Plots of the tour time DT for (1) $T_s = 0.6$, (2) $T_s = 0.75$, (3) $T_s = 0.85$, and (4) $T_s = 0.88$.

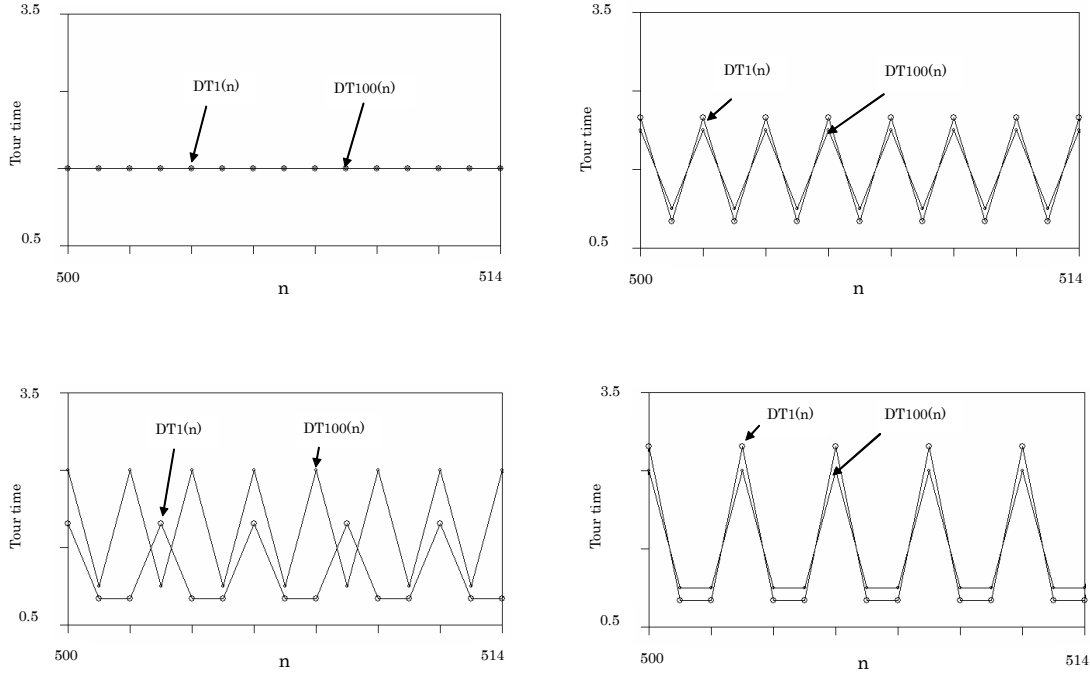


Fig. 4. Plots of tour times $DT_1(n)$ and $DT_{100}(n)$ of fastest and slowest vehicles against traffic light n for $n = 500 - 514$ at (a) $T_s = 1.5$, (b) $T_s = 3.0$, (c) $T_s = 3.5$, and (d) $T_s = 4.5$ where number $N=100$ of vehicles, passing probability $p_p = 0.1$, and velocity ratio $v_{\max}/v_{\min} = 1.2$.

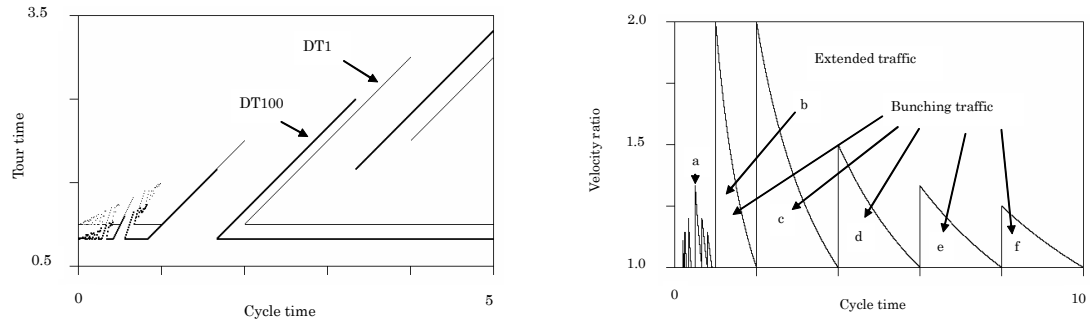


Fig. 5. Plots of tour times $DT_1(n)$ and $DT_{100}(n)$ of fastest and slowest vehicles against cycle time T_s for sufficiently large number $n = 3000 - 4000$ at velocity ratio $v_{\max}/v_{\min} = 1.2$ where number $N=100$ of vehicles and passing probability $p_p = 0.1$.

Fig. 6. Phase diagram (region map) in $(T_s, v_{\max}/v_{\min})$ -space. The regions below the solid curves indicate the bunching traffic phase controlled by traffic lights.