

交通流の分子運動論的アプローチ

静岡大学工学部 長谷 隆

I. 緒言

交通流の理論モデルは以下の三つに大別される。(1) ミクロなモデル (最適速度モデル、particle hopping model、coupled map modelling、セルオートマトンモデル)、(2) 分子運動論的モデル (ボルツマン方程式による記述)、(3) マクロなモデル (流体力学的モデル)。渋滞転移と渋滞形成はミクロなモデル並びにマクロなモデルで記述できることが知られている。しかし分子運動論的アプローチでは、長い歴史にも関わらず、渋滞形成の問題は説明できてはいない。

ここでは、I. Prigogine and R. Herman 並びに S.L. Paveri-Fontana の Gas kinetic theory を修正した新しい分子運動論的方程式を提案し、この基礎方程式から渋滞形成と渋滞転移が説明できることを示す。分子運動論では車の速度分布についての情報も簡単に得られるが一つの特徴でもあるので、渋滞前後の車の速度分布についても議論する。

また多車線道路での交通では各車線上の車の速度分布が重要と考えられる。この問題にも分子運動論を適用して多車線交通流の数値シミュレーションを行った結果についても報告する。

II. 渋滞形成の分子運動論

1車線で最大速度 v_{max} と最小速度 v_{min} をもつ車の流れを記述するボルツマン方程式は以下で与えられる：

$$\frac{\partial f(v, x, t)}{\partial t} + \frac{\partial [v f(v, x, t)]}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial v} \left[\left(\frac{w(\rho(x+\epsilon)) - v}{T} \right) f(v, x, t) \right] = \left[\frac{\partial f(v, x, t)}{\partial t} \right]_{coll}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial f(v, x, t)}{\partial t} \right]_{coll} = & -f(v, x, t) \int_{v_{min}}^v dv' (1-P)(v-v') f(v', x, t) \\ & + f(v, x, t) \int_v^{v_{max}} dv' (1-P)(v'-v) f(v', x, t), \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 P は追い越し確率である。左辺第3項は車がその密度に応じた希望速度 w に近づくための加速、減速を表わす。希望速度 w は車の前方の密度によって決定されるものとす

る。すなわち位置 x での希望速度は位置 $x + \varepsilon$ (ε は平均的な車間距離) での密度に依存する。希望速度として以下の簡単な関数を考える：

$$w(\rho(x+\varepsilon)) = \begin{cases} v_{max} & \text{for } \rho(x+\varepsilon) < \rho_c, \\ v_{min} & \text{for } \rho(x+\varepsilon) \geq \rho_c, \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 ρ_c は臨界密度で、安全距離の逆数で与えられるものとする。車間距離が安全距離より長い時、車は最大速度で走行することを希望し、逆に車間距離が安全距離より短い場合、車は最小速度で走行することを希望するものとする。この希望速度は最適速度モデル (坂東ほか) の最適速度に相当するものと考えられる。

上の方程式を差分して数値シミュレーションした結果を図 1 (臨界密度 $\rho_c = 0.1$) に示す。図 1 (a) は感度 $a = 0.6$ で初期密度 $\rho_0 = 0.11$ の場合の結果で、 $x = 50$ での密度変動がやがて安定な一つの密度波となり交通渋滞が後方に伝播している。図 1 (b) は (a) と同じ条件で感度のみが 0.2 としたものである。感度が低くなるとより高密度な交通渋滞が形成され、また後方への伝播速度は低くなる。図 1 (c) は初期密度が臨界密度より低い $\rho_0 = 0.08$ の場合である。初期密度変動はやがて消滅し、すべての車は最大速度で走行する。

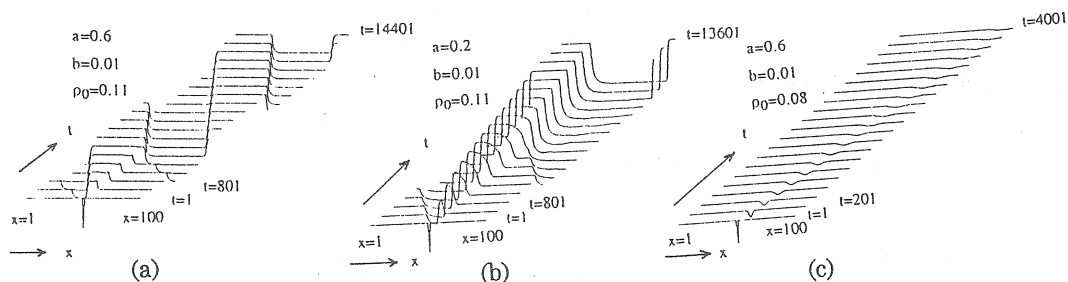


図 1

図 2 (a)、(b) に図 1 (a)、(b) の十分な時間が経過した後の平均速度と密度の空間分布を示す。また図 3 (a)、(b) に図 2 (a) の渋滞前後の速度分布を示す。このモデルによって渋滞前後の速度分布の変化が比較的簡単に求めることができる。

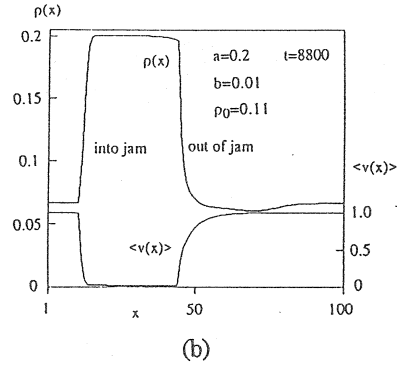
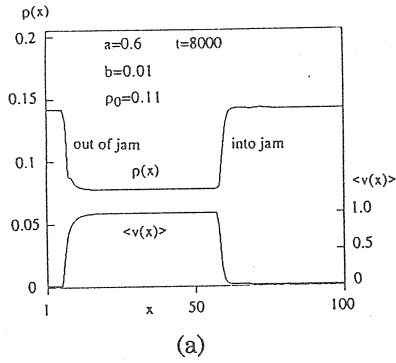


図 2

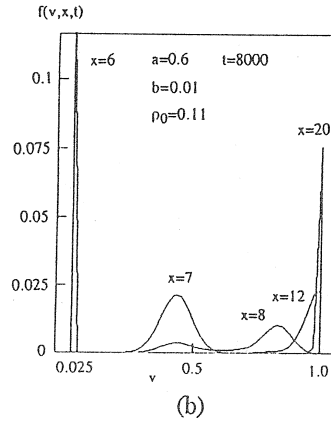
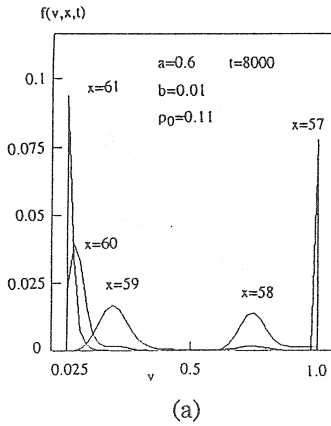


図 3

III. 多車線道路での速度分布

N車線で交通渋滞が起こらない程の低密度での交通流を考える。この場合、速度分布は空間的に一様と考えられる。N車線交通のボルツマン方程式は以下で記述される：

$$\frac{\partial f_1(v, t)}{\partial t} = -f_1(v, t) \int_{v_{\min}}^v dv' (v-v') f_1(v', t) + f_2(v, t) \int_v^{v_{\max}} dv' (v'-v) f_2(v', t) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_n(v, t)}{\partial t} = & f_{n-1}(v, t) \int_{v_{\min}}^v dv' (v-v') f_{n-1}(v', t) - f_n(v, t) \int_{v_{\min}}^v dv' (v-v') f_n(v', t) \\ & - f_n(v, t) \int_v^{v_{\max}} dv' (v'-v) f_n(v', t) + f_{n+1}(v, t) \int_v^{v_{\max}} dv' (v'-v) f_{n+1}(v', t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial f_N(v, t)}{\partial t} = -f_N(v, t) \int_v^{v_{\max}} dv' (v'-v) f_N(v', t) + f_{N-1}(v, t) \int_{v_{\min}}^v dv' (v-v') f_{N-1}(v', t) \quad (6)$$

n 車線で速い車に追いつかれた車は $n-1$ 車線へ車線を変更し、 n 車線で遅い車に追いついた車は $n+1$ 車線へ車線を変更するものとする。図4に4車線道路の場合の各車線の平均速度の時間変化を示す。初期状態ではすべての車線に一樣な速度分布をもつ車が分布しているものとした。外側の車線にいくに従って、車の平均速度は上がって行く。すなわち速い車ほど外側の車線を走行する。図5(a)、(b)、(c)に各車線上の車の速度分布の時間変化を示す。初期に一樣な速度分布をもつ車はその車の走行速度に応じて車線を変更し、やがて図5(c)に示す定常状態の速度分布に到達する。

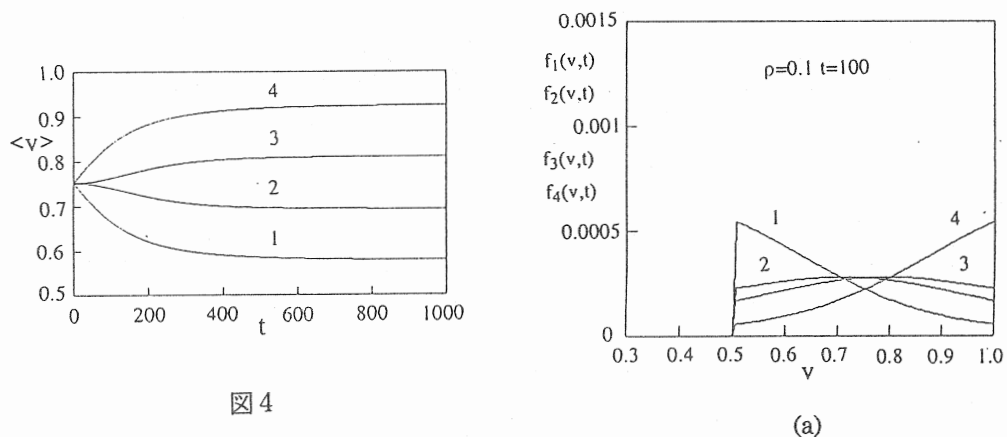


図4

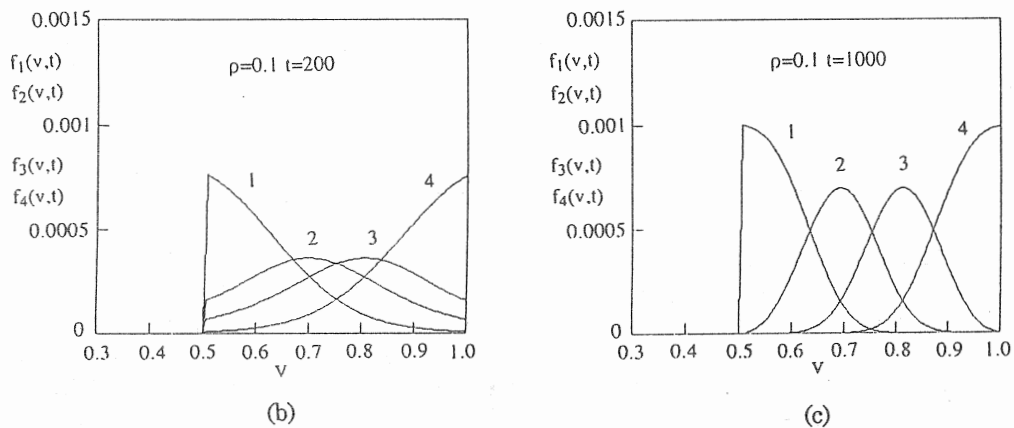


図5