Oct. 15, 2018, Nagoya Univ.

シミュレーションサイエンス １

第2回　非平衡散逸粒子集団の巨視的現象（渋滞･群れ形成）

情報学研究科　複雑系科学専攻
（多自由度システム講座）
杉山雄規　：　理論物理学･数理物理学

シミュレーション科学で見える概念

数理的概念

- カオス
- 自己相似性（スケーリング/フラクタル）
- 相転移（臨界現象）/分岐/カタストロフィ
- パターン形成
- ホメオダイナミックス（代謝）
- 計算論的複雑さ
- "複雑性"

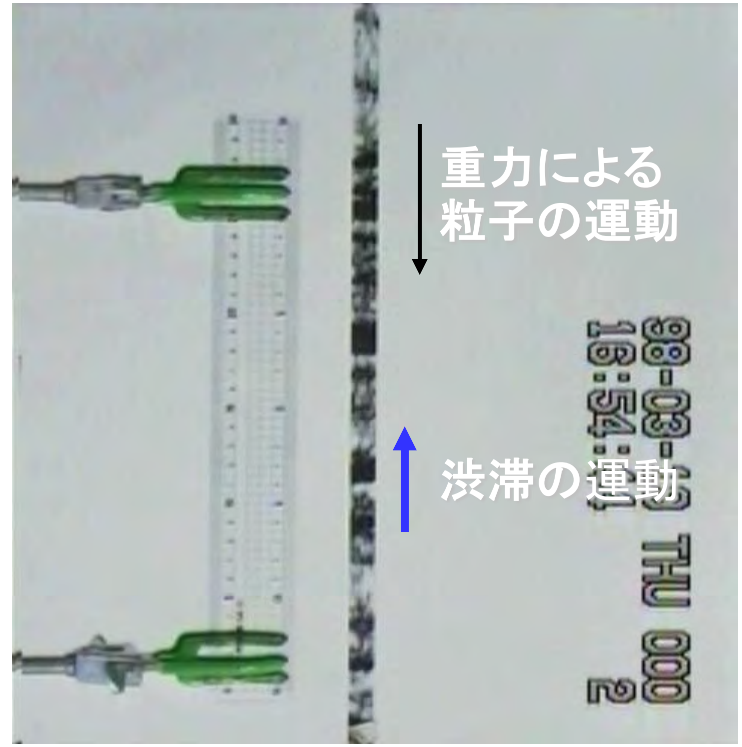
非平衡散逸粒子集団の
巨視的現象

非平衡散逸系と自己駆動粒子集団
（Self-driven Particles)

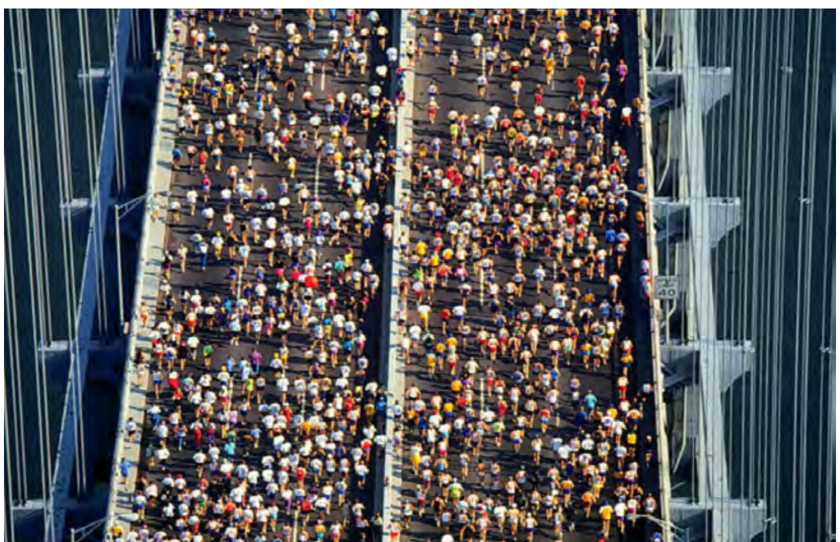
空間次元	対象
■ 1次元	交通流（高速道路）、パイプ中粉体流、微小管上の分子モーター
■ Network	都市交通網、インターネット、河川の蛇行、毛細血管の血球流
■ 2次元	歩行者流、避難者流、群衆、動物集団、バクテリア
■ 3次元	生物集団運動・群形成（微生物, 魚群, 昆虫, 鳥）、砂丘粉体流

■交通流 (高速道路)

■ 粉体流(granular flow)
(e.g. パイプ内液体中の粉体流)

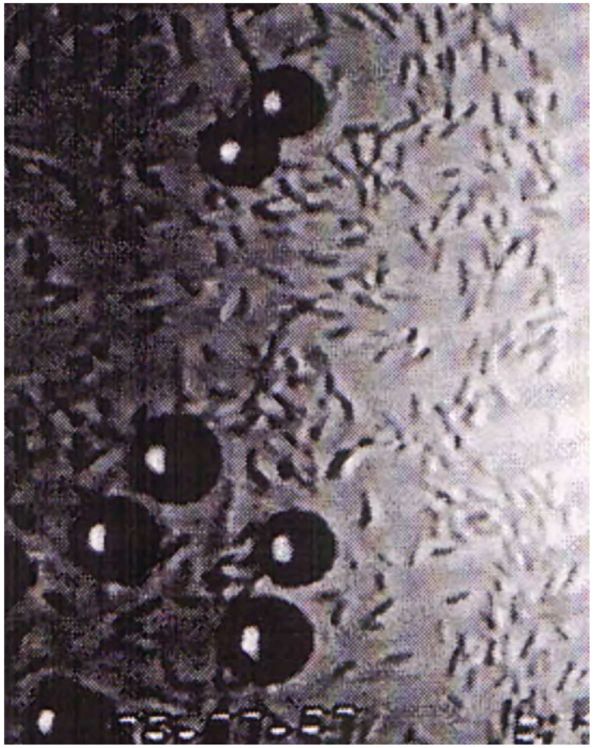


提供:中原明生(日大理工)

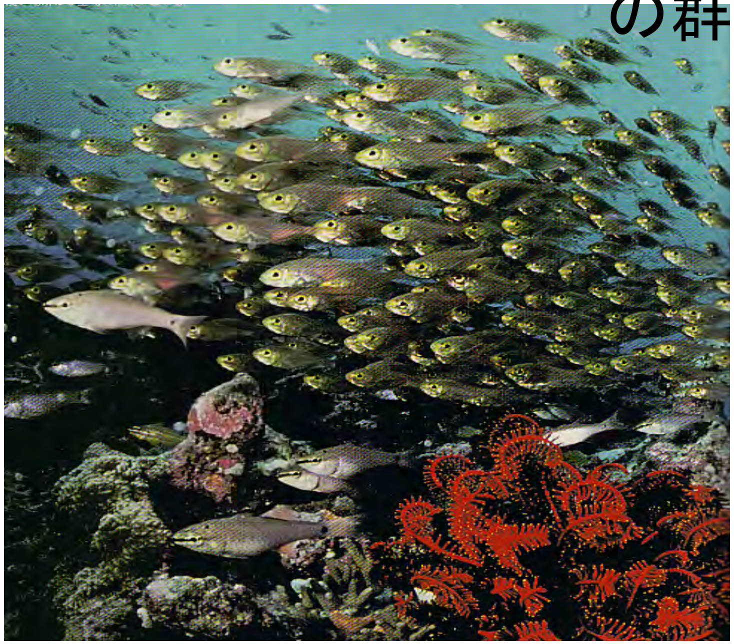


■ 歩行者流・避難者流・群衆
(Pedestrian and
Evacuation Dynamics)

■ 微生物集団の運動
（e.g.バクテリアコロニー）



■ 生物集団の群形成（e.g. 魚・鳥・動物の群れ）



■ 粉体流
（e.g. バルハン砂丘群の運動）

提供：H.J.Herrmann

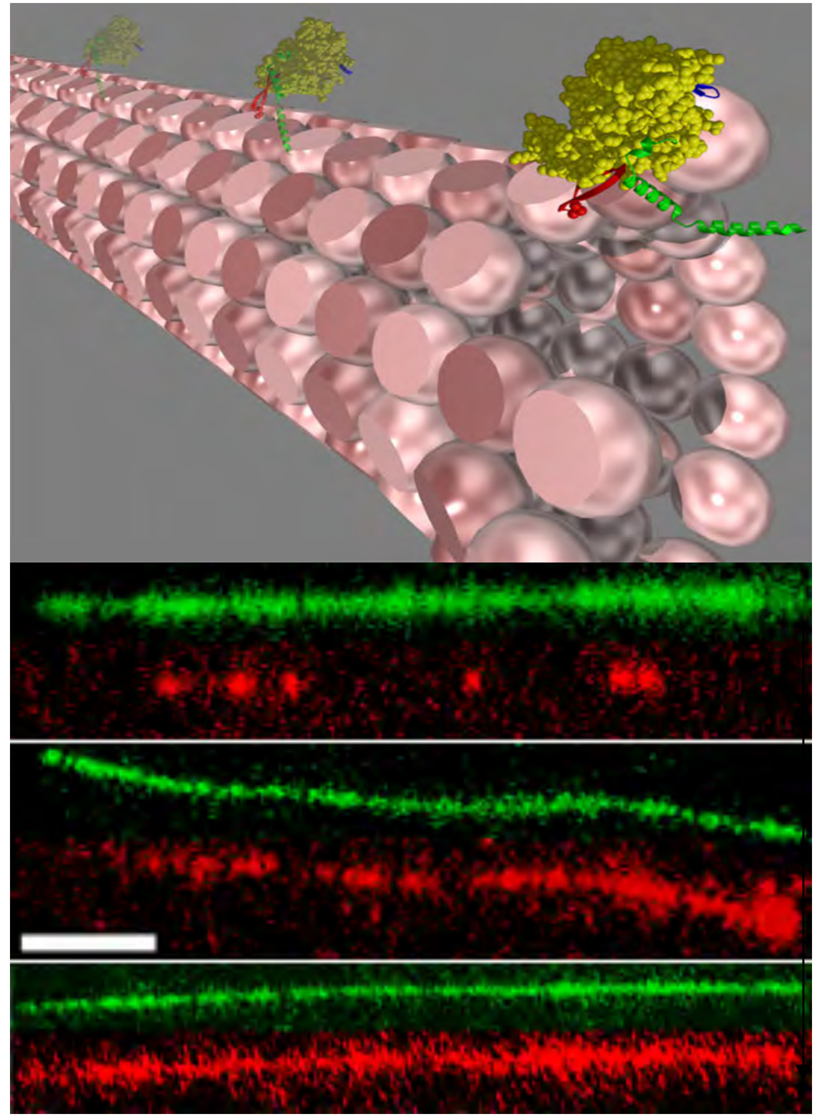
■ 蟻の道形成（化学走性）

提供：西森拓（広大理）

■ 道の形成・■ 河川の蛇行

これらに共通する力学的性質とは？

■ 分子モーターの渋滞



キネシン濃度

10pM

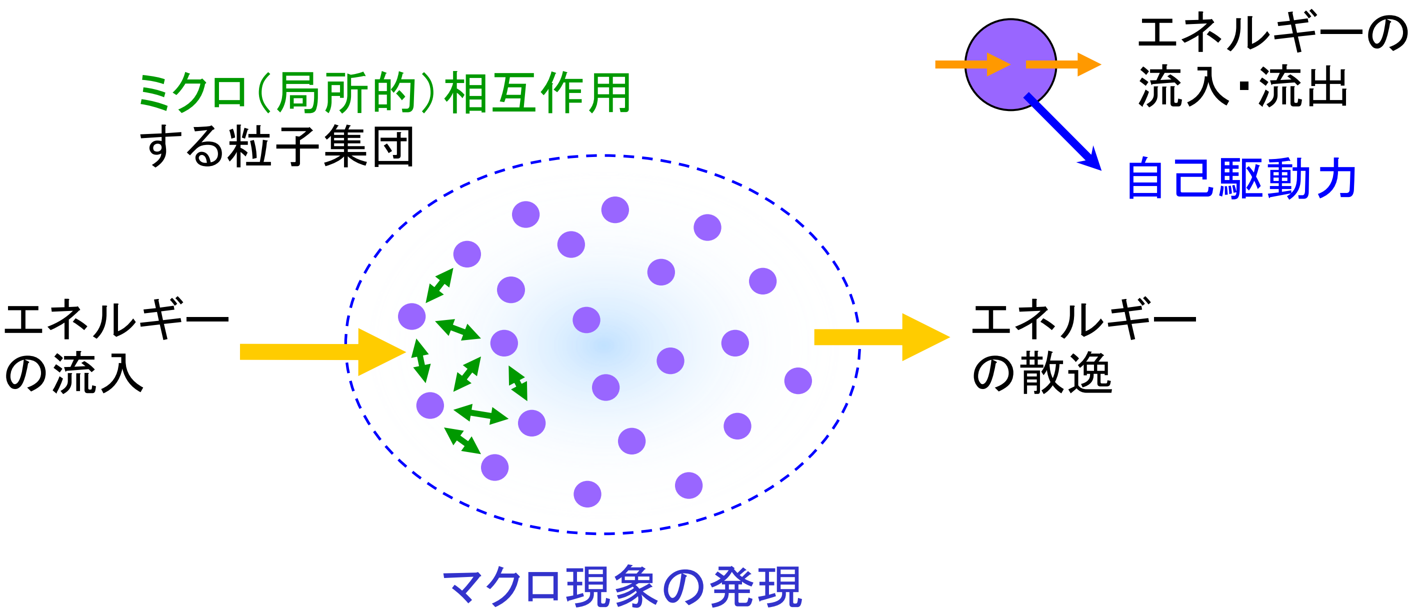
100pM

1000pM

微小管上を走るキネシンの渋滞

提供：岡田（東大理），西成活裕（東大工）

非平衡開放系 と 自己駆動粒子（Self-driven Particles）



● 非平衡開放系現象の物理的特徴

I. ミクロからマクロへのギャップ　：　相転移・分岐現象

II. マクロな空間スケールの発現　：　パターン形成

III. マクロな時間スケールの発現　：　固有時間・パターンの律動（リズム）

IV. マクロな揺らぎの発現　：　ベキ乗則

2．非対称散逸系

（Asymmetric Dissipative System）

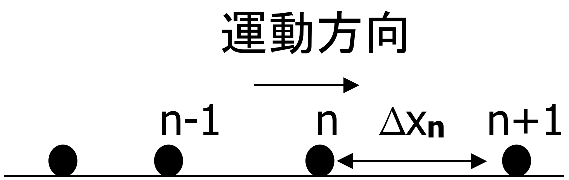
の数理模型（OV模型）

Optimal Velocity Model（1994）: 最適速度模型

非対称(Asymmetric)･非線形相互作用･粒子集団

Phys. Rev. E 51 (1995) 1035

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = a\left\{V(\Delta x_n) - \frac{dx_n}{dt}\right\}$$



x_n : n番目の粒子の位置 : n=1, 2, 3, ･･･

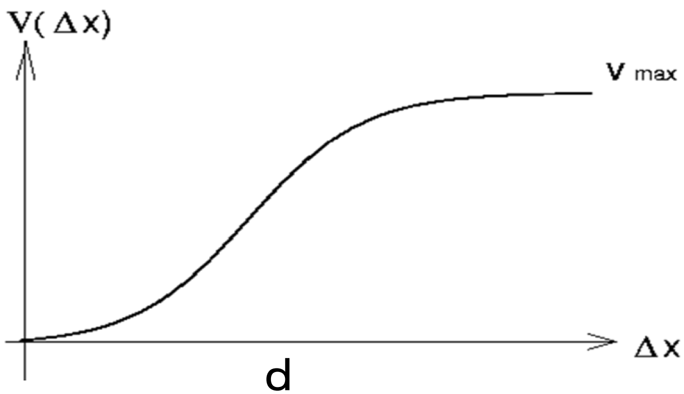
Δx_n : 前方間隔 (headway) $= x_{n+1} - x_n$

a : 感応度 (sensitivity) : (1/time or 1/mass), parameter for inertia

$V(\Delta x)$: OV 関数 非線形力: 運動方向にいる粒子だけを見て決める。

optimal velocity(最適速度) ／ 非対称相互作用 (非対称力)

例: V(Δx) = α{ tanh(Δx－d) ＋ tanh d }



安全速度(衝突しないため)

‖

前方間隔に応じた“最適速度”V(Δx)
に緩和しようと、加速度を調整するだけの単純な連立微分方程式系

非対称･非線形相互作用を持つ散逸系

エネルギー･運動量の非保存

作用反作用の法則を満たさない。

■ 完全非対称
(前方参照 OVM)

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} = a\left\{V(\Delta x_n) - \frac{dx_n}{dt}\right\}$$

一般化

e.g. V(Δx) = αtanh(Δx－d)

■ 一般非対称
(前方- 後方参照
OVM)

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} = a\left\{V(\Delta x_n) - W(\Delta x_{n-1}) - \varepsilon\frac{dx_n}{dt}\right\}$$

e.g. W(Δx) = (α→β)

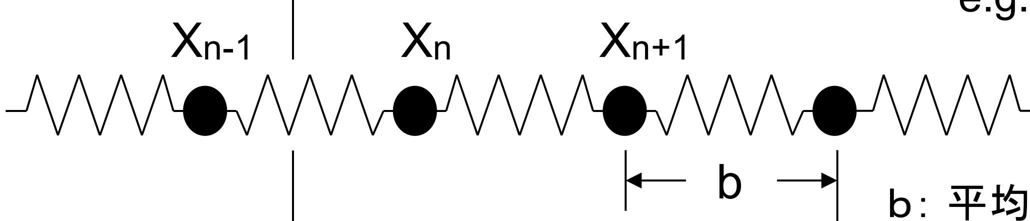
Potential力ではない。

対称化

■ 非線形振動子系：
（+ 粘性項）

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} = a\left\{V(\Delta x_n) - V(\Delta x_{n-1}) - \frac{dx_n}{dt}\right\}$$

e.g. 戸田格子模型
$V(\Delta x) = 1 - e^{-b\Delta x}$



b：平均粒子間隔

線形化

■ 調和振動子系：
（+ 粘性項）

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} = a\left\{V'(b)(x_{n+1} - x_n) - V'(b)\cdot(x_n - x_{n-1}) - \frac{dx_n}{dt}\right\}$$

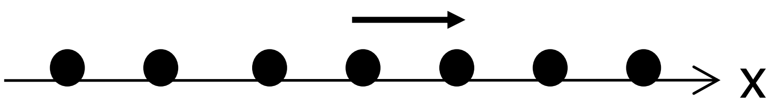
OV模型の数値計算
（シミュレーション）

2つの粒子集団流と安定性の変化

■ OV模型の2つの解

・**一様流解**：

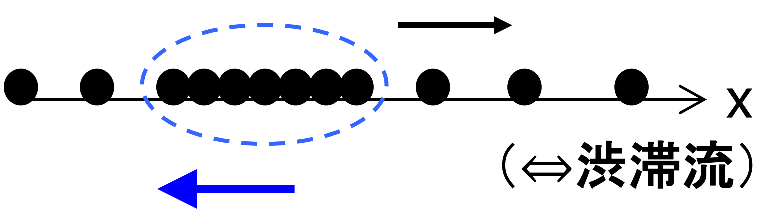
すべての粒子は等間隔・等速で走る。



（⇔**自由流**）

・**クラスタ流解**：

移動クラスタを持つ流れ。

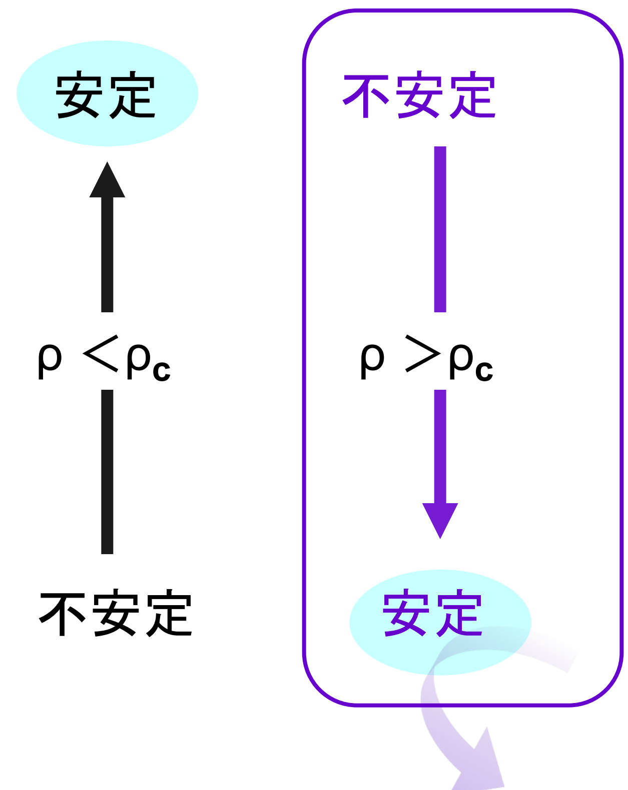


（⇔**渋滞流**）

クラスタの運動

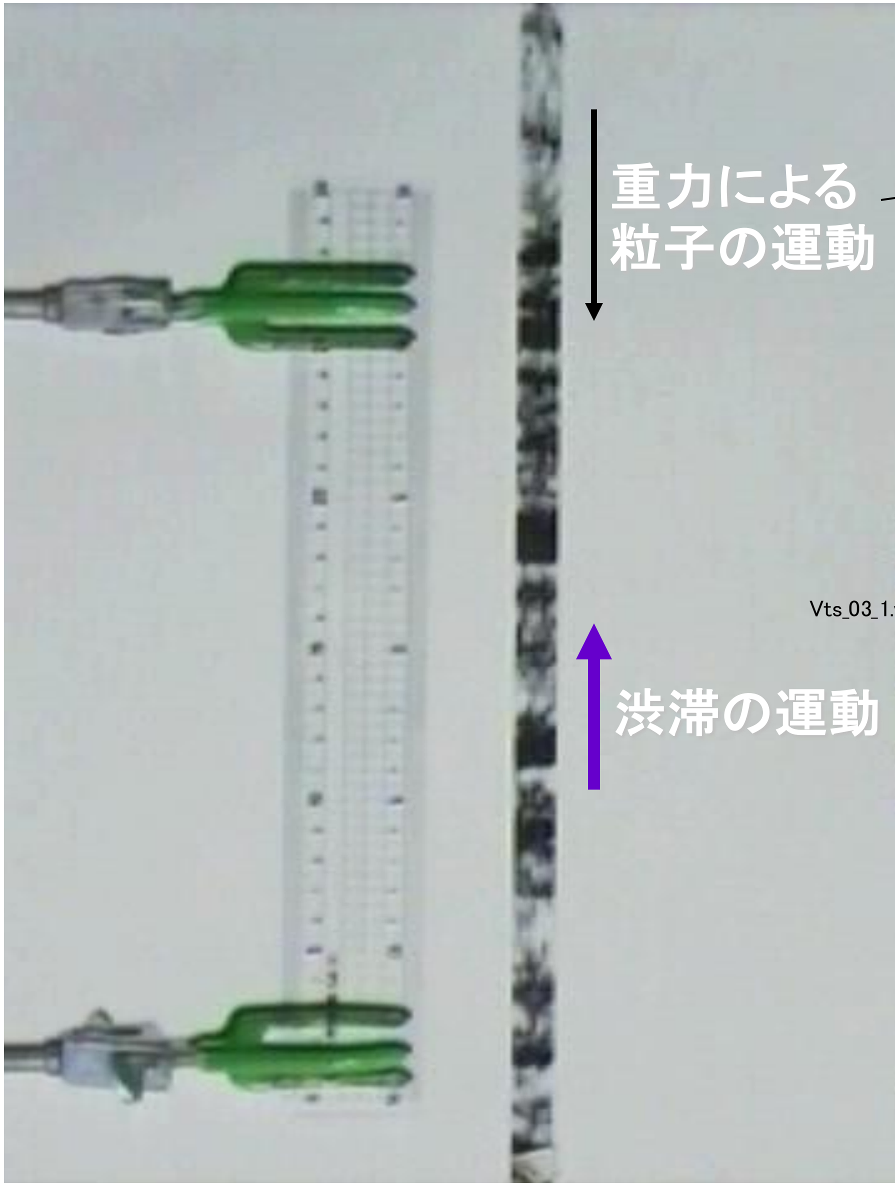
■ ：解の安定性の変化：

臨界密度(平均間隔)：$\rho_c = b_c^{-1} = L/N_c$

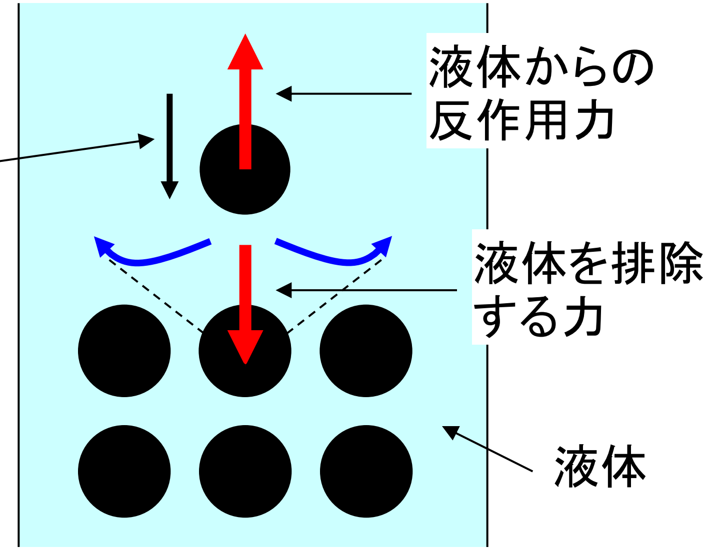


渋滞クラスタの発生

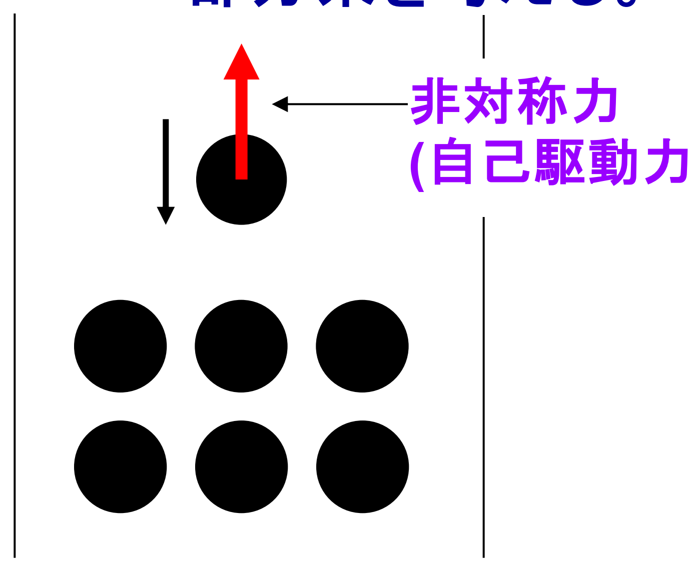
■ パイプ内液体中の粉体流



Vts_03_1.vob



部分系を考える。



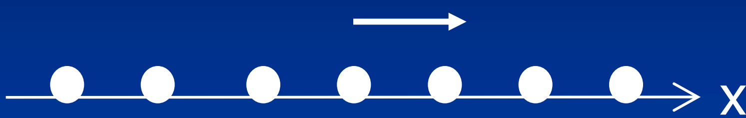
提供：中原明生（日大理工）

散逸系クラスタ形成（非平衡相転移現象）

Cluster Formation in Dissipative System

a>a*

個々の構成分子の運動

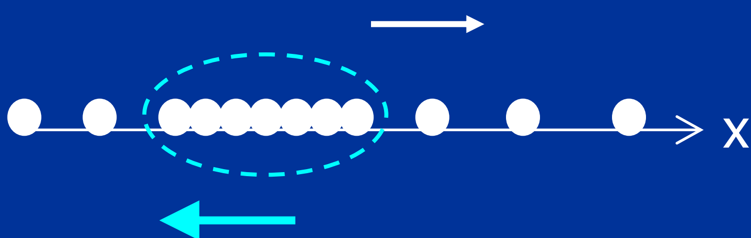


相転移/分岐

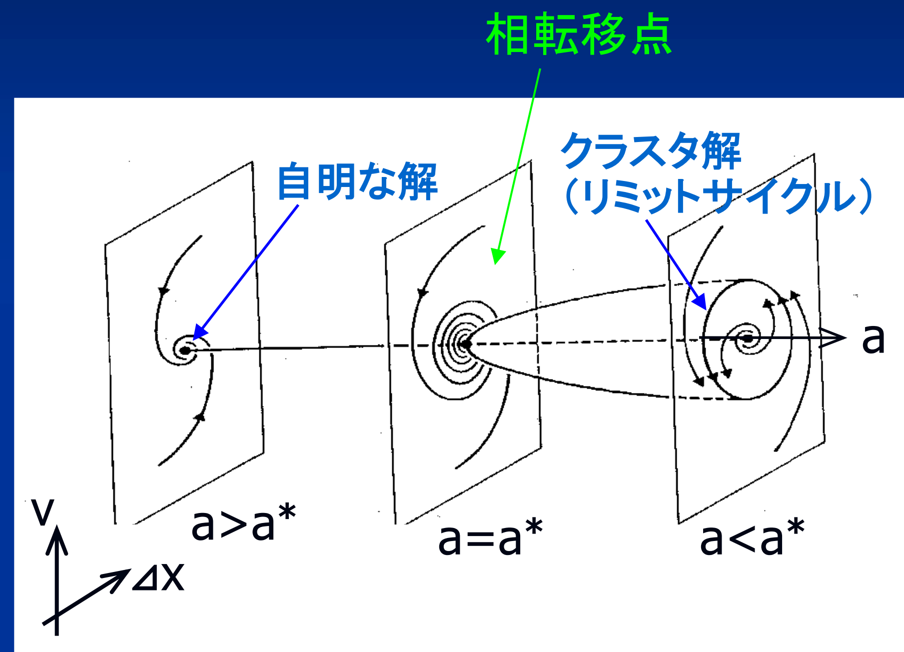
a≦a*（臨界点）

a<a*

個々の構成分子の運動



クラスタの運動



- 自発的パターン形成
- “ホメオダイナミックス”

構成分子の非平衡な動的状態における形体形成：

固有の時間τで常に構成分子が入れ替わる流れにより、巨視的クラスタが安定に形成され、固有の運動をする。

5. 物理的･数理的おもしろさ

OV模型（粒子流モデル）

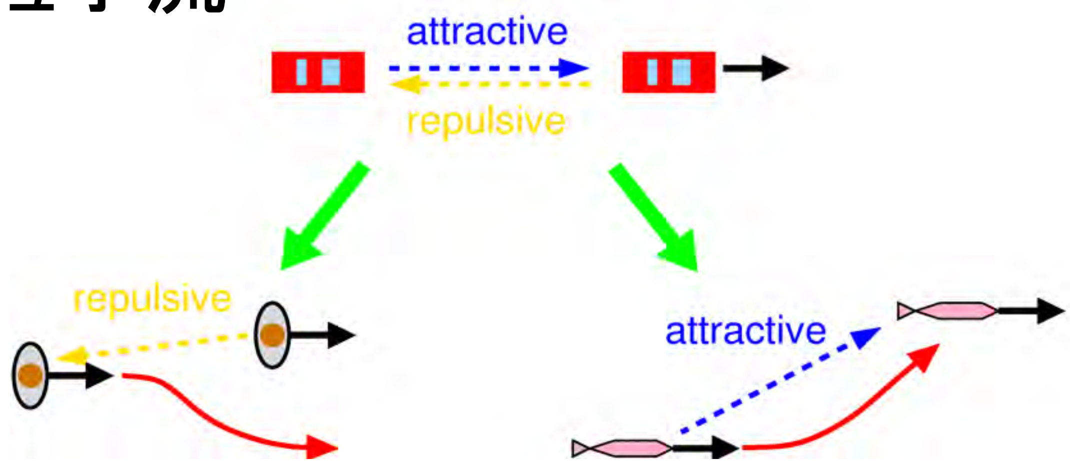
- 散逸系のクラスタ形成の機構
- 非平衡系の“相転移”現象
- 分岐現象の側面
- 散逸系の“ソリトン”解 (時間遅れ付き一階微分OV)

「移動クラスタ/局所パターン」を示す数理モデル

（1次元モデル x(t)）

- 圧縮性流体
- ソリトン（非線形波動）
- セルオートマトン（ルール184)
- 確率過程（AySmetric Exclusion Process)

高次元 自己駆動粒子流



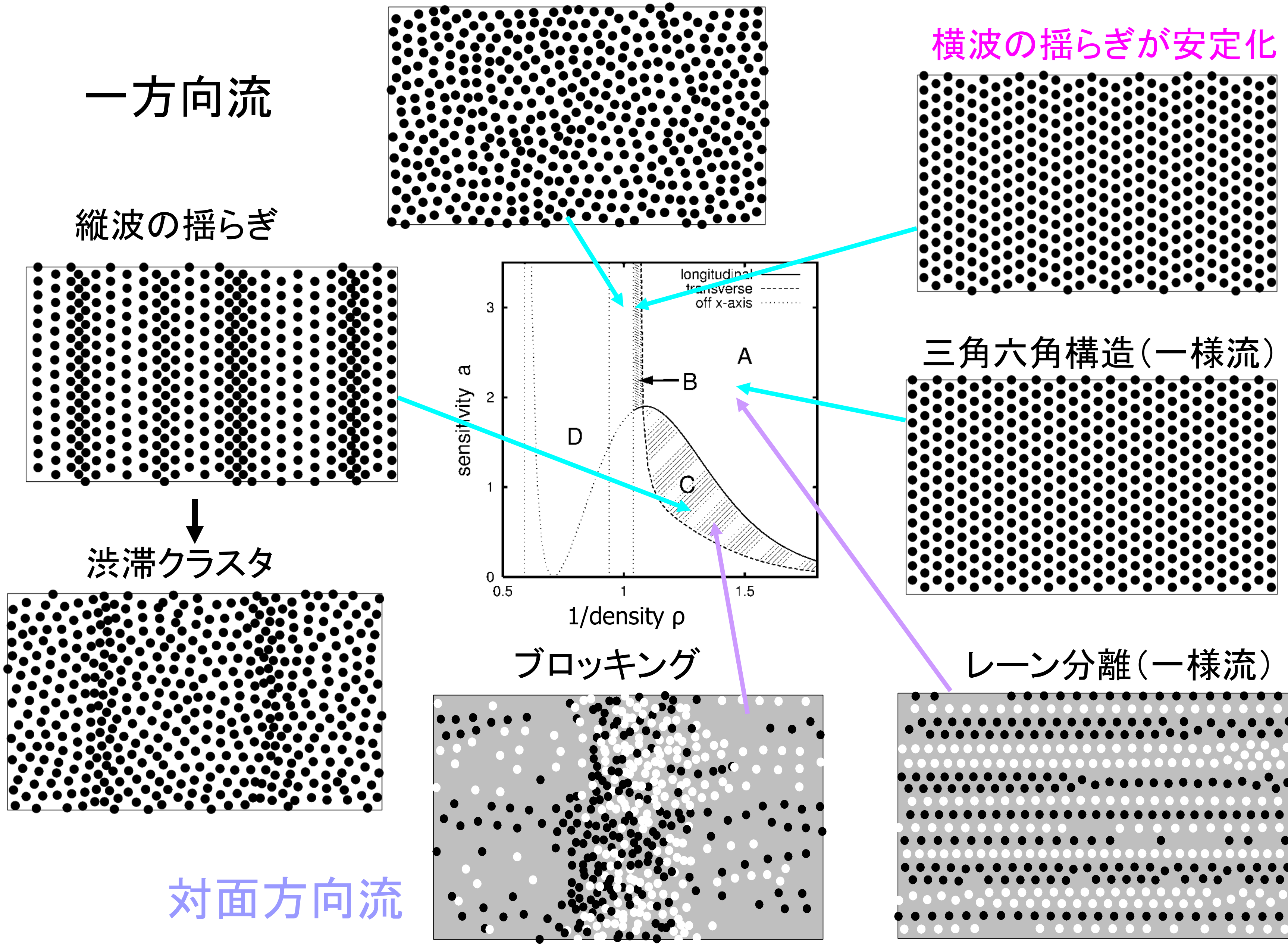
- 追従挙動（引力）
- 排除挙動（斥力）

排除挙動的模型	■ パイプ中粉体流、通路の歩行者流
追従挙動的模型	■ 劇場での避難者流、生物集団の運動
融合型模型	■ 生物集団の群集形成　…

物理的興味（相互作用する粒子集団流の2次元形態形成）

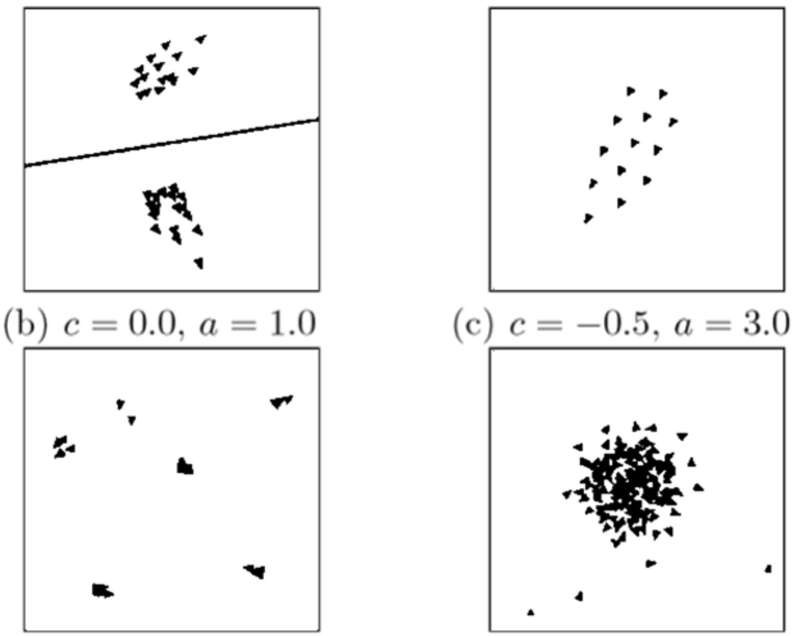
- 巨視的形態の安定性・形態変化の相転移・統計的性質
- 様々な群集形態（形）と大きさの統一的理解
- 群集形態の動的性質の理解と制御

排除挙動的模型の例（通路中の流れ）： 線型安定性→相図



■ 決定論的運動(ノイズは無い!)だが、巨視的形体のランダム運動 & 発現した形体の多様性

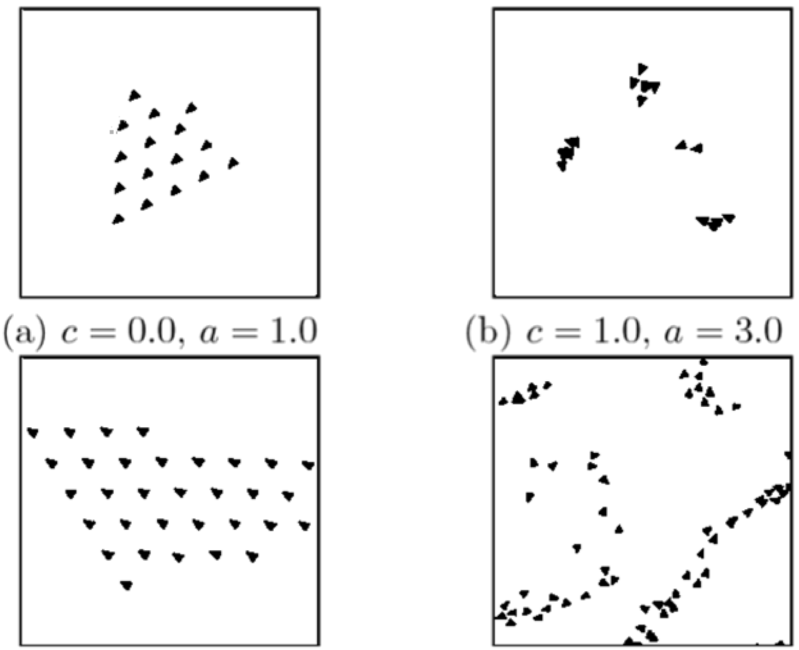
■ 2-dimensional OV model



(b) $c = 0.0,\ a = 1.0$　(c) $c = -0.5,\ a = 3.0$

(e) $c = 1.0,\ a = 3.0$　(f) $c = -0.5,\ a = 3.0$

ある範囲内のすべての粒子と相互作用



(a) $c = 0.0,\ a = 1.0$　(b) $c = 1.0,\ a = 3.0$

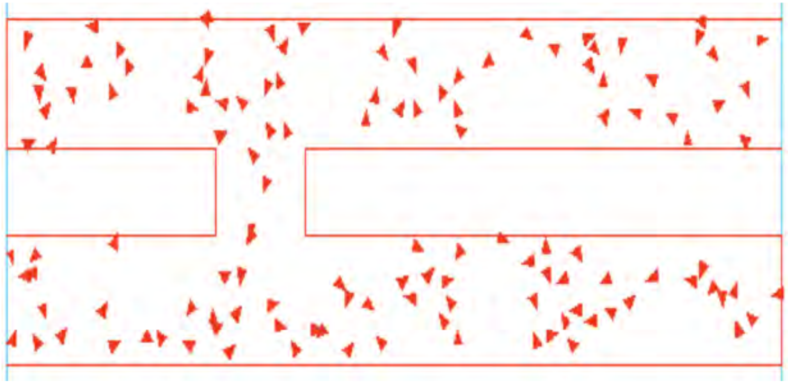
(d) $c = -0.5,\ a = 3.0$　(e) $c = 1.0,\ a = 3.0$

全方位の最近接の粒子のみと相互作用

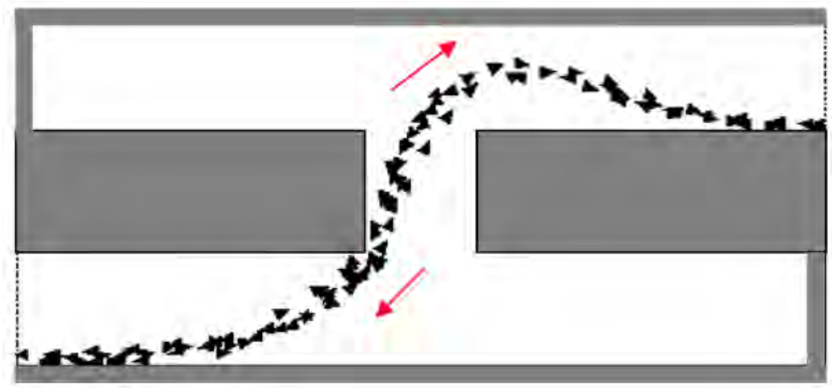
■ 外部刺激に対して、敏感に反応する！

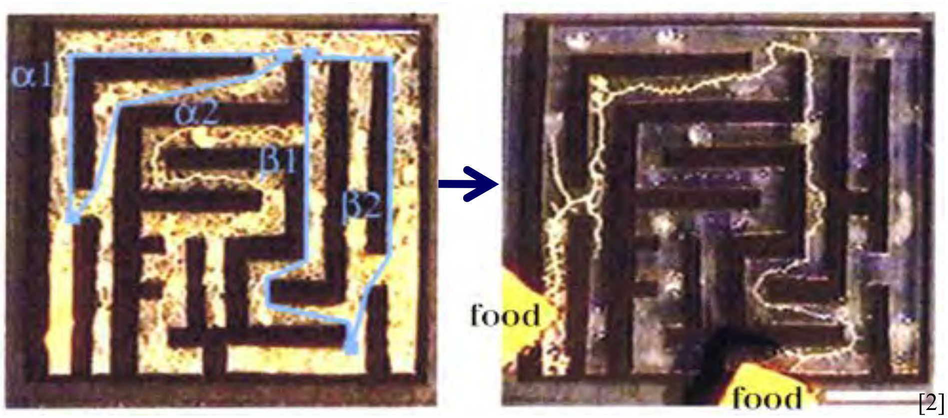
■ Natural Computing（自然界における知的・合理的振る舞い）を非対称散逸系でシミュレートする。

●最適経路の発見



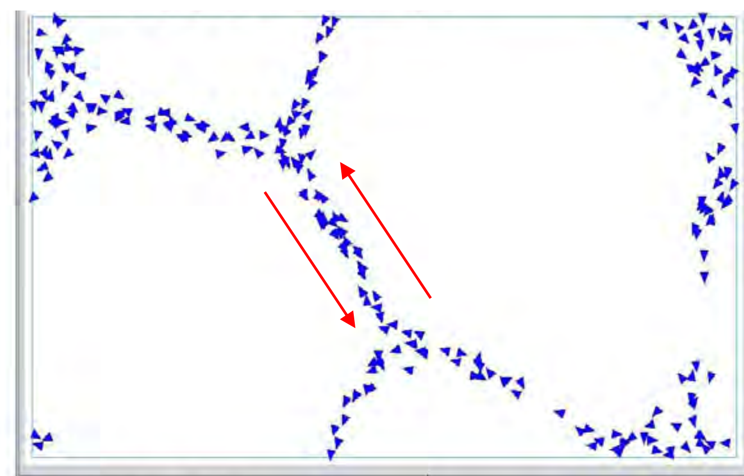
2d-OV粒子集団による計算





粘菌による実験

●“Trail”のパターン（シュタイナー問題の解）

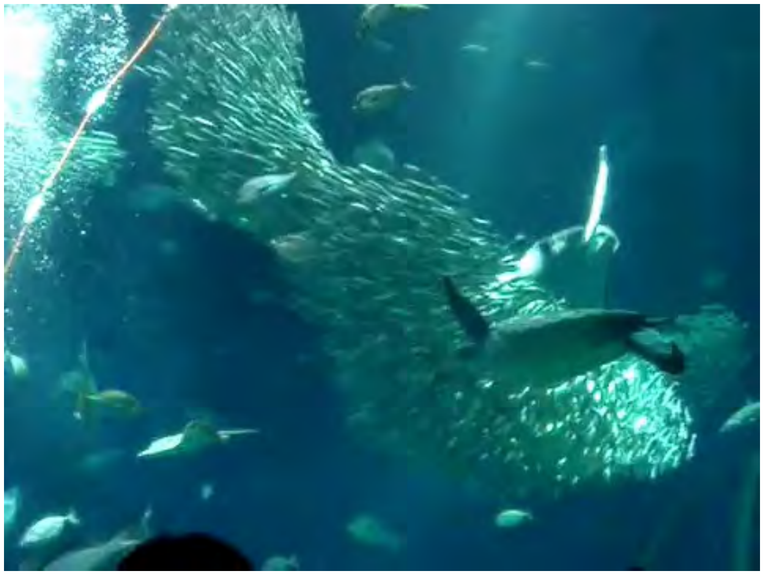


A=9 N=242

■集団の秩序形成＝非対称相互作用による

“追従と排除”現象 ⇒ 少数の外部刺激により制御

・イワシの螺旋回遊
外部刺激＝外敵



・羊の群れの誘導
外部刺激＝牧羊犬

⇓

秩序制御の数理

•集団秩序を創発するDynamical System
•制御機構の解明

■ 追跡(Chasers:少数)と逃避(Evadors : 多数)の集団運動

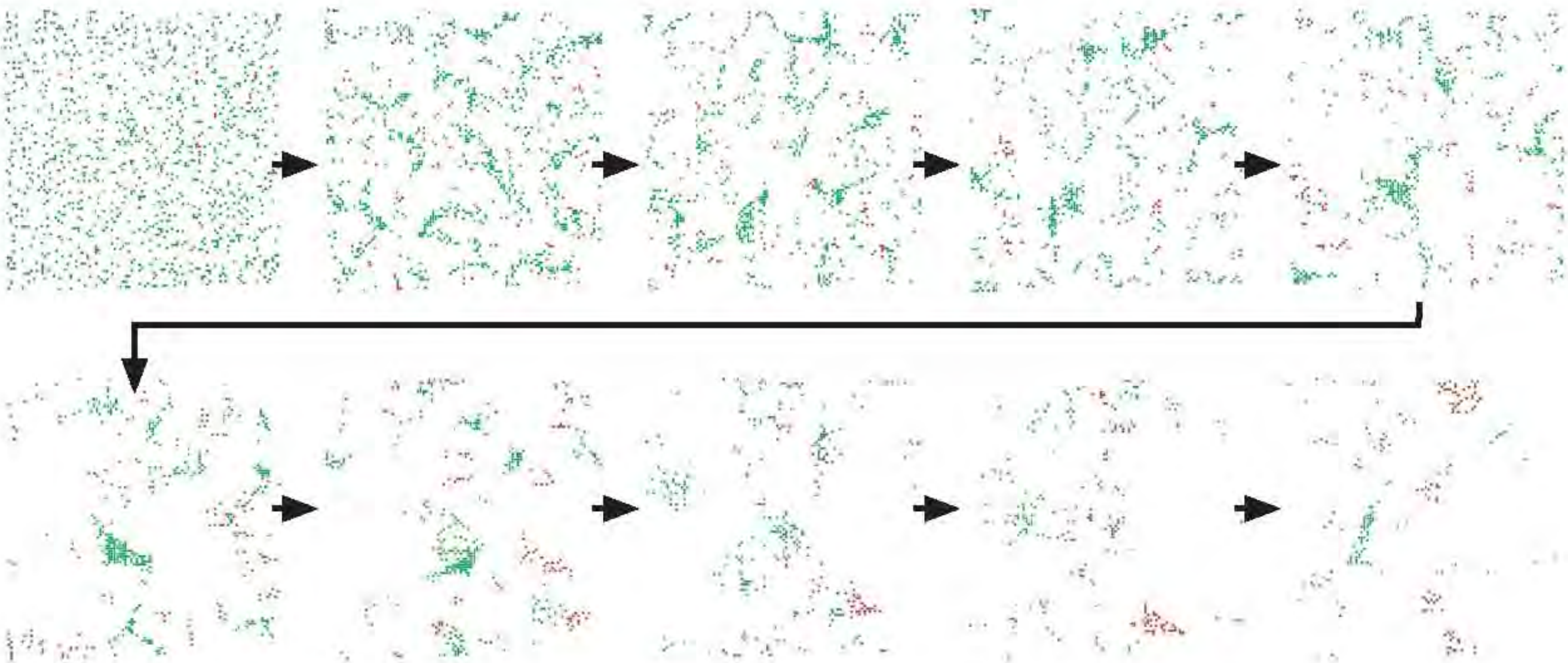


Figure 7. Time evolution of the system for $N_C = 100$ and $N_T^0 = 1000$. Red and green points represent the chasers and targets, respectively. Time evolves from the initial condition from left top to right top and left bottom to right bottom.

2次元OVモデルの引力･斥力の異なる強さの2種粒子集団によるシミュレーション

Fig. 1 Live-cell imaging of cAMP signaling during early development of D. discoideum cells.

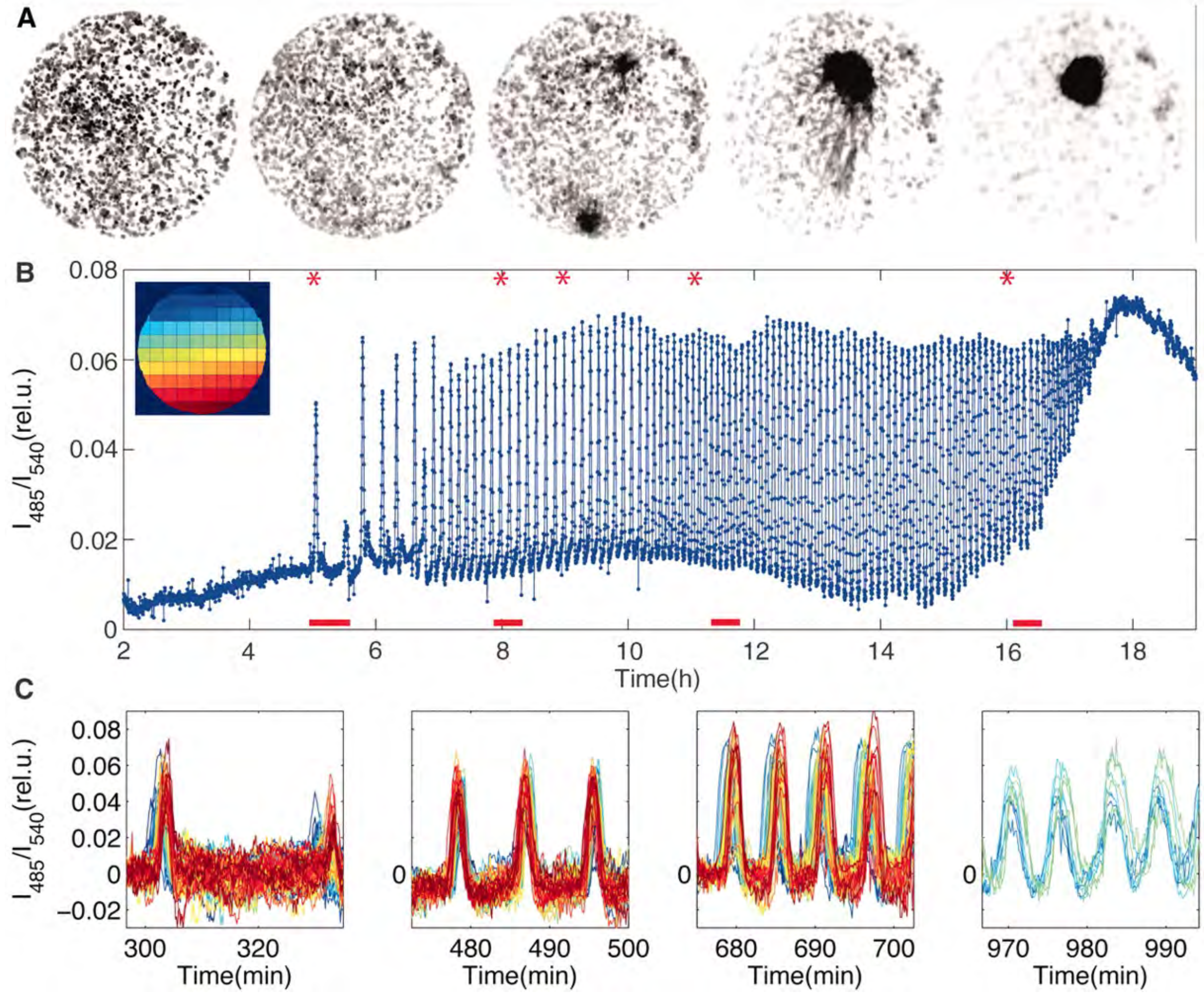
■（空間的凝縮）

アメーバの細胞集団によるコロニー形成過程

↕

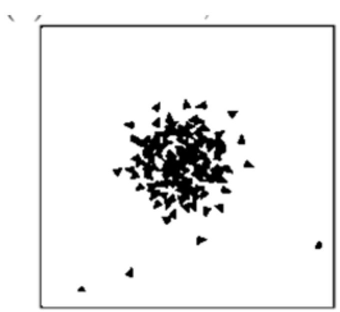
細胞の化学物質排出周期の同期引き込み

(同期現象）



T Gregor et al. Science 2010;328:1021-1025

2次元OVモデルのシミュレーション



(f) $c = -0.5$, $a = 3.0$

範囲内のすべての粒子と相互作用 ⇔ 化学走性

多体粒子系としての位置付け

即物的オブジェクト ←→ 機能が付与されたオブジェクト

物質的粒子

・外力で動く

→ 作用反作用の法則成立

（運動量保存）

通常の力学（“対称”相互作用）

エネルギー保存系

自己駆動粒子

・自らの力で動く

→ 作用反作用の法則破る！

（運動量保存しない）

エネルギー注入・燃料

エネルギー保存も破る。

「非対称相互作用」

非平衡散逸系

エージェント粒子
知的粒子

・機能を与える

・物理的粒子ではない。

数学的・物理的取り扱い可能！

⇒ 集団運動の効果により、

・巨視的流動形態の形成

・ 群知能的振る舞い

“ 動的な相転移現象” → 非平衡安定状態形成の一般的数理機構

社会（交通流、群衆、経済），生物（生体分子、個体集団、酵素反応），情報（ネットワークパケット）における多くの問題が、この力学的システムの多体問題として、同じ基本理念で解決可能！

非対称散逸系（OVM）の物理的特徴

非対称相互作用する非平衡開放系	対称相互作用する系（運動量-エネルギー保存）「通常の物質系」
■ 非対称相互作用 ＋散逸性 の協同 → ダイナミカルな運動（動的振舞い）	■ 対称相互作用＋散逸性 → 平衡状態で停止(静的)
■ 密度（粒子数） が 制御パラメータ	■ 密度は制御パラメータにはなり得ない.
N (粒子数)依存性	
■ Instability and Phase transition emerges in small N. (N≧3 in OVM) ■ Small- N is large enough number as many-body system.	■ Phase transition appears in large N. (strictly, in N→∞）
Emerged macroscopic Objects	
■ Similarity between Temporal and Spatial structures ■ Rapid Response to stimulus ■ High Degeneracy in “local symmetry”	■ Slow Response ■ Degeneracy in global symmetry